

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Visualización de la suma y transposición de matrices a través de “Pixel Art y su implementación en Excel”

Vladimir **Cortés** Lerín

Escuela de Ingenierías y arquitectura, Universidad La Salle Oaxaca
México

000000512@ulsaoaxaca.edu.mx

Gilberto Antonio **Méndez** Ramírez

Escuela de Ingenierías y arquitectura, Universidad La Salle Oaxaca
México

014427585@ulsaoaxaca.edu.mx

Christian **Vicente** Juárez

Escuela de Ingenierías y arquitectura, Universidad La Salle Oaxaca
México

014429144@ulsaoaxaca.edu.mx

Sofía **Rendón** Aragón

Escuela de Ingenierías y arquitectura, Universidad La Salle Oaxaca
México

014415577@ulsaoaxaca.edu.mx

Josué **Urbiña** Brena

Escuela de Ingenierías y arquitectura, Universidad La Salle Oaxaca
México

014423750@ulsaoaxaca.edu.mx

Resumen

Una de las herramientas más utilizadas en el álgebra lineal son las matrices, estas tienen aplicaciones en la representación de imágenes a través de la variación de colores. En este trabajo se codifica la suma y la transposición de matrices y se representa de manera visual a través de imágenes llamadas “Pixel art” utilizando el software Microsoft Excel. Esta actividad permite visualizar una matriz como una imagen, lo cual brinda una herramienta poderosa para proveer a los estudiantes de una mejor comprensión de los conceptos teóricos, la utilidad de las matrices y de sus alcances. Esta implementación permite manipular los conceptos teóricos de elementos y posiciones de una matriz, da paso a proponer y programar algoritmos

para la superposición de colores y abre la parte creativa del estudiante para desarrollar trabajos artísticos.

Palabras clave: Pixel art, Excel, Matrices, Álgebra, Suma, Transposición

Introducción

Fortalecer los conceptos teóricos fundamentales del álgebra matricial es indispensable para abordar temas de mayor complejidad utilizando matrices, sin embargo, pocas veces se vinculan estas operaciones básicas con aplicaciones visuales y se omite la oportunidad de manipular estos conceptos por parte de los estudiantes. Para desarrollar una mejor comprensión de la suma y transposición de matrices se propuso realizar la visualización de estas mediante imágenes.

La visualización de conceptos y procedimientos matemáticos es una herramienta importante para la comprensión de estos, varios autores (Arcavi, 2003; Bishop, 1998; Einsenberg & Dreyfus, 1986, English, 1997; Kadunz & Straesser, 2004; Presmeg, 1992; Stylianou & Silver, 2004; Zimmermann & Cunningham 1991) han abordado como la visualización en la enseñanza de las matemáticas es una herramienta poderosa para comprender, plantear e interpretar conceptos y procedimientos matemáticos. El docente planeó una actividad para realizarse a lo largo del semestre y que pudiera brindarnos una visualización de las matrices.

Para esta actividad realizada por estudiantes de segundo semestre de una Universidad de las licenciaturas en ingeniería en software y electrónica, se eligió el “Pixel Art” como visualización de una matriz numérica, el Pixel art es una forma de arte digital donde los detalles de la imagen son representados a nivel de píxel (J Kopf, D Lischinski, 2011). Esta forma de arte fue utilizada por los programadores de videojuegos de mediados de los años 90 para dar vida a los personajes, en donde cada píxel tenía asignado un color. El pixel art fue utilizado debido a las limitaciones tecnológica de la época, actualmente forma parte de la denominada cultura pop y es utilizado aún en algunos videojuegos y también como una forma de arte.

Los conceptos matemáticos a visualizar son operaciones utilizando matrices, una matriz es una estructura matemáticas bidimensional que contiene información contenida en elementos, estos elementos son del tipo numérico y se pueden operar. La Suma de matrices está definida elemento a elemento, por lo cual se requiere de matrices del mismo rango para poder sumarse. El rango de una matriz está dado por el número de filas y el número de columnas que posee. Cada elemento de una matriz tiene una única posición, dada por la fila y la columna en la que está. La suma de matrices de manera general está definida como (Hohn, F., 2013):

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

La transposición de matrices es la operación por la cual las filas de una matriz A se transforman en columnas de otra matriz llamada transpuesta A^T . Está definida de manera general como (Hohn, F., 2013):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Metodología

Como parte de los temas que se abordan en la materia de álgebra lineal se encuentran las operaciones con matrices. Para cubrir este tema el docente planeó una actividad que vinculara las operaciones con matrices con una aplicación computacional y artística. Se propuso el uso del “Pixel Art” y se formaron equipos de trabajo al inicio del semestre, estos equipos trabajaron a lo largo del semestre en el proyecto, entregando avances mensuales.

El proyecto consistió en las siguientes etapas: 1. Realizar una investigación bibliográfica acerca del denominado “Pixel Art” y de la suma y transposición de matrices. 2. Creación de la imagen de algún personaje caricaturesco y un paisaje utilizando las herramientas del software Microsoft Excel y las características de un “Pixel Art”. 3. Asignar valores numéricos a los colores utilizados en el “Pixel Art”, tanto del personaje como del paisaje propuesto, de esta manera se forman dos matrices numéricas. 4. Validación de los valores numéricos de ambas matrices para poder realizar la suma y transposición de matrices de tal manera que al sumar las matrices del paisaje y del personaje se pueda sobreponer el personaje al paisaje. 5. Visualización en tiempo real de las modificaciones al personaje o al paisaje tanto en la suma de las matrices como en la transposición de esa suma.

Los estudiantes crearon un archivo de Excel y eligieron la imagen de un personaje caricaturesco para representarlo en un “Pixel Art” en la figura 1 se observa el personaje seleccionado por los estudiantes. La característica de esta imagen es utilizar pocas variaciones de color y matrices de rango bajo. El equipo también añadió la opción de poder crear la imagen en tiempo real, la creación de la imagen se da a través de una escala de colores definida como se observa en la tabla 1 y que están a disposición del usuario, cada uno de los colores está representado por un valor numérico, el cual está ajustado a ciertos criterios para poder realizar la suma de matrices con la matriz del paisaje. El usuario puede aginar dentro del rango de la matriz un valor numérico y automáticamente se verá reflejado en la imagen creada con Excel mediante la herramienta de “Formato condicional”.

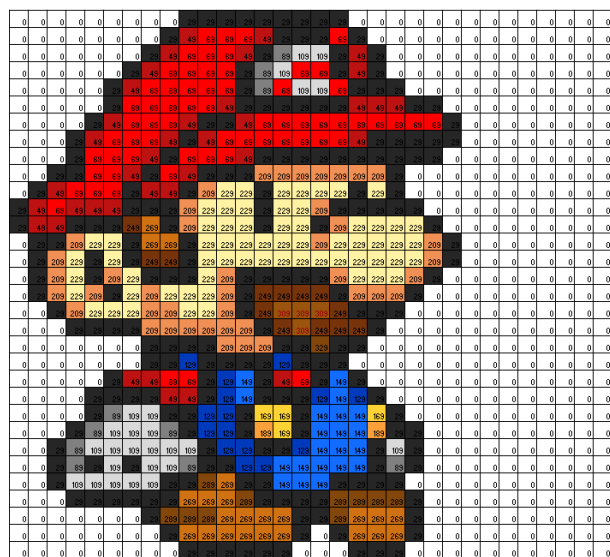


Figura 1. Representación en “Pixel art” del personaje

Tabla 1

Asignación de valores numéricos a la escala de color para la creación del personaje.

Color	Valor numérico
	29
	49
	69
	89
	109
	129
	149
	169
	189
	209
	229
	249
	269
	289
	309
	329
	349
	369

El paisaje de la figura 2 diseñado por los estudiantes también está representado por una matriz de rango bajo, de igual manera tiene asignados colores específicos como se muestra en la

tabla 2 estos valores numéricos están validados para la suma de matrices. La creación del paisaje también está abierta a la modificación por parte del usuario en tiempo real.

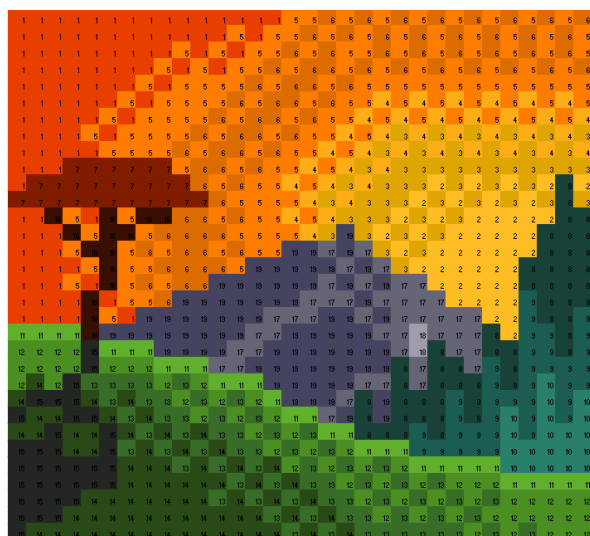


Figura 2. Diseño en “Pixel art” del paisaje

Tabla 2

Asignación de valores numéricos a la escala de color para la creación del paisaje.

Color	Valor numérico
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11
	12
	13
	14
	15
	16
	17
	18
	19

La suma de matrices se realiza entre la matriz numérica de la imagen y la matriz numérica del paisaje, sumando como usualmente se suman las matrices, los valores numéricos de la matriz resultante fueron validados para conservar la escala de colores de la imagen y superponerla al paisaje como se observa en la figura 3, de esta manera cualquier modificación a la imagen en tiempo real se verá reflejada en la superposición a través de la suma.



Figura 3. Visualización de la suma del personaje y del paisaje

La matriz transpuesta se calcula de manera usual. La matriz a la cual se le aplica transposición es la matriz de la suma, visualmente se refiere a la superposición del personaje y el paisaje, esta transposición también ocurre en tiempo real y sufre las modificaciones que se hacen en imagen y paisaje de manera automática.

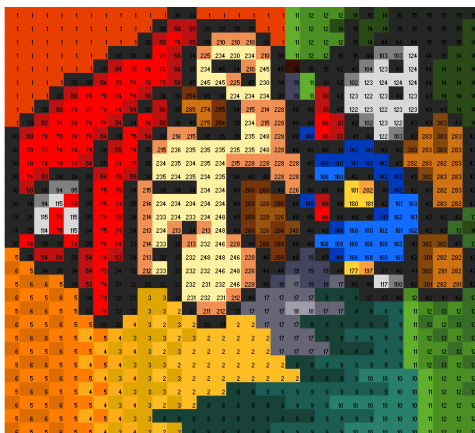


Figura 4. Visualización de la matriz transpuesta de la suma del personaje y del paisaje

Conclusiones

Al planear esta actividad se buscaba obtener una visualización de los conceptos de operaciones con matrices, se optó por la suma y transposición, en primer lugar, puesto que al visualizarlos como imágenes se puede comprender, a un nivel inicial, como el procesamiento de imágenes se lleva a cabo y la aplicación de las matrices en esta área de la ingeniería. Los estudiantes pudieron observar las matrices como imágenes, manipular los elementos de la matriz

proponiendo valores numéricos, además de que requirió que se crearan estrategias para llevar a cabo la suma de matrices y reconocer los colores del personaje para superponerlo a la matriz del paisaje, también pudieron crear diferentes paisajes y personajes con el “Pixel art” y desarrollar su parte artística.

Se recolectaron diversos trabajos con aportes notables en la parte artística y estrategias para la suma de las matrices, se observó que los conceptos de suma y transposición quedaron comprendidos en el procedimiento y en las aplicaciones que puede tener en el procesamiento de imágenes.

La dinámica del grupo fue de interés en la actividad, preguntando acerca de las características que debía cumplir, la propuesta de personajes y paisaje y de las posibles aplicaciones de esta herramienta. Queda este tema para desarrollos posteriores con otras operaciones con matrices como la resta, la inversa y la rotación, que pueden explorarse en trabajos posteriores.

Referencias y bibliografía

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.
- Bishop, A. (1989). Review of research in visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7-16.
- Eisenberg, T. (1994). On understanding the reluctance to visualize. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 26(4), 109-113.
- English, L. (Ed.) (1997). *Mathematical Reasoning. Analogies, Metaphors and Images*.
- Hohn, F. E. (2013). *Elementary matrix algebra*. Courier Corporation (pp. 3).
- Hohn, F. E. (2013). *Elementary matrix algebra*. Courier Corporation (pp. 20). Mahwah, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.
- Kadunz, G., & Straesser, R. (2004). In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Bergen* (Vol. 4, pp. 241-248). Bergen, Norway:PME.
- Kopf, J., & Lischinski, D. (2011). Depixelizing pixel art. In *ACM SIGGRAPH 2011 papers* (pp. 1-8).
- Presmeg, N.C. (1986). Visualisation in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(3), 42-46.
- Stylianou, D.A., & Silver, E.A. (2004). The role of visual representations in advanced mathematical problem solving: An examination of expert-novice similarities and differences. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(4), 353-387.
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991): Editor's introduction: What is mathematical visualization. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, (pp. 1-8).