

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Pensamiento Crítico al resolver Problemas Matemáticos

Luis Fernando **Plaza** Gálvez

Unidad Central del Valle del Cauca
Colombia

lplaza@uceva.edu.co

Jorge Enrique **de los Ríos** Giraldo

Unidad Central del Valle del Cauca
Colombia

jdelosrios@uceva.edu.co

Efraín **Vásquez** Millán

Unidad Central del Valle del Cauca
Colombia

emillan@uceva.edu.co

Kelly Salomé **Arredondo** Rangel

Unidad Central del Valle del Cauca
Colombia

kelly.arredondo01@uceva.edu.co

Resumen

Por medio de esta comunicación se desea evidenciar como el Pensamiento Crítico (PC en adelante), puede actuar en las matemáticas al enfrentarse a la Resolución de Problemas (RP en adelante). Para ello, se recomendarán una serie de estrategias a ser implementadas por el docente de matemáticas ante el estudiante, independiente del momento de formación. Dichas estrategias estarán presentes al estimular en los estudiantes un espíritu crítico, por medio de sus actitudes y finalmente fomentar una serie de habilidades. Para lo anterior, se usará un método de investigación del tipo documental cualitativo con corte descriptivo y enfoque deductivo por medio del análisis y síntesis de publicaciones especializadas.

Palabras clave: Actitudes; Habilidades; Matemáticas; Pensamiento crítico; Resolución de Problemas

Introducción

La matemática se puede expresar por medio de los números y estos se evidencian a través de: datos, cantidades, medidas; y con estas se pueden hacer: estimaciones, ordenaciones, comparaciones, tomar decisiones, localizaciones etc., bajo una estructura lógica. A la anterior información se le debe la razón de los argumentos e interpretaciones a través del PC. Por lo anterior se desea que el docente de matemáticas, ponga en marcha algunas estrategias didácticas para estimular las actitudes, vistas estas como disposiciones, hábitos y rasgos y ejecutar algunas habilidades sobre PC, a través de la RP donde se pueda cuestionar la información, los procesos y los resultados. Por medio del PC, se busca que el estudiante: sea objetivo al expresar una afirmación, al evaluar una fuente, pueda diferenciar argumentos y construir los propios. Para lo anterior, se usará un método de investigación del tipo documental cualitativo con corte descriptivo y enfoque deductivo por medio del análisis y síntesis de publicaciones especializadas.

Al revisar la literatura, se han encontrado algunos autores como Frankenstein (2001) ha caracterizado el aprendizaje crítico de las matemáticas desde una dimensión política, buscando que los estudiantes comprendan que desde estas se pueda intervenir también en una realidad sociocultural. Además se tiene el trabajo presentado por Pachón (2013), en la que expone como el docente de matemáticas propicia el desarrollo del PC, acercándose al estudiante por una serie de elementos en lo que se ha denominado la Educación Matemática Crítica (EMC). En lo correspondiente a la formación de profesores de matemáticas, se tiene el trabajo de (Muñoz & Palomar, 2014), al destacar la participación de la matemática y su valoración, al jugar el papel e instrumento de promoción del PC en el aula. Finalmente, el PC a las matemáticas es un proceso continuo que comienza con la actitud apropiada de estar dispuesto a reunir, analizar, evaluar, cuestionar y sintetizar abiertamente información, argumentos, ideas, soluciones o creencias, utilizando un conjunto apropiado de habilidades cognitivas que conlleva a una evaluación reflexiva y da como resultado acciones aplicables a las áreas de interés (Radzi et al., 2012).

Por lo anterior, una divulgación del como puede ser aplicado el PC, en el curso de matemáticas, específicamente en los procesos de RP, es pertinente usando para ello la metodología propuesta por Pólya (1945), estimulando en los estudiantes un espíritu crítico, por medio de sus actitudes (Siegel, 1980) y para ello fomentando una serie de habilidades como lo recomienda Facione (1990).

Marco teórico

Para lograr evidenciar los resultados obtenidos, inicialmente se tendrán en cuenta la metodología concerniente a la RP, posteriormente se describirá el actuar bajo una actitud crítica, (vista como las disposiciones, los hábitos de tipo mental y los rasgos intelectuales) y finalmente las habilidades que se deben implementar para poder fomentar el PC en las matemáticas.

Cuando se desea motivar al estudiante a actuar bajo la figura del PC, en los procesos inherentes a la RP, estos serán llevados a cabo llevado la metodología de Pólya (2011), la cual incluye 4 pasos los cuales son: Comprender el problema, Diseñar un plan, Ejecución de dicho plan y Tener una visión retrospectiva de la solución, al verificar su cumplimiento.

Al poder fomentar y estimular en los estudiantes un espíritu crítico (Siegel, 1980), se está inculcando una actitud crítica, la cual se refleja a través de tres escenarios, los cuales son:

- Disposiciones: Las disposiciones son tomadas como las diferentes manifestaciones y motivaciones internas con las que cuenta el estudiante, para enfrentarse a la RP. entre las que se tiene, según Ennis (1985): Curiosidad, Mente abierta, Sistemática, Capacidad de análisis, El camino de obtener la verdad, Autoconfianza, Madurez al formular juicios, Flexibilidad y Deseo de estar bien informado.
- Hábitos del tipo mental: Vistos estos como hábitos de indagación y de evaluación, los cuales en el contexto matemático, consisten en algunas características y estrategias tales como: explorar algunas ideas matemáticas, formular preguntas, dar ejemplos, análisis de las respuestas encontradas en busca de errores (Hafni et al., 2019).
- Rasgos intelectuales: Son características de la mente necesarias para desarrollar pensadores críticos imparciales, recomendado en todo contexto por parte de Paul y Elder (2002), los cuales deben cultivar valores y virtudes personales e intelectuales, para que piensen con perspicacia e integridad. ‘Entre estos rasgos se tienen: La humildad intelectual, la autonomía intelectual, la integridad intelectual, el coraje intelectual, la empatía intelectual y la imparcialidad (justicia/neutralidad).

De la misma manera las habilidades de PC (Facione, 1990), en los estudiantes se ven en la matemática a través de: Análisis, Interpretación, Inferencia, Explicación, Evaluación y Autorregulación.

Metodología

Esta comunicación de investigación fue del tipo documental cualitativo con corte descriptivo y deductivo. Se soportó en análisis y síntesis de referentes clásicos sobre PC y RP, las cuales permitió recomendar una serie de actitudes y habilidades, para que desde la matemática el estudiante, se pudiera enfrentar a los problemas con fundamentación lógica.

Resultados y Discusión

Después de tener claridad, respecto de los referentes teóricos, el estudio permitió al identificar las cuatro fases de la metodología recomendada por Pólya, el cómo estas se podían articular con el espíritu crítico a través de una actitud crítica en los tres escenarios antes expuestos, y así a los estudiantes de matemáticas se les puede estimular y fomentar el PC, en los procesos de RP. Finalmente, se relacionan las diferentes habilidades, con que debe contar un pensador crítico y su implementación desde los procesos de RP matemáticos, de la siguiente manera.

Desde las actitudes

Inicialmente, se articulan las actitudes que permiten fomentar el espíritu crítico, bien sean las Disposiciones, los Hábitos o los Rasgos intelectuales, según lo recomiendan Siegel (1980), Ennis (1985), Hafni et al. (2019) y Paul y Elder (2002) respectivamente con todas y cada una de

las cuatro fases de RP, planteadas por Pólya (2011), teniendo para ello la aplicación desde la matemática, para propender por un PC.

Al comprender el problema, se desea que el estudiante actúe con curiosidad, con esas ansias de conocer y explorar nueva información. Además es necesario que se haga una serie de preguntas, como qué se pide, qué me dan, qué se requiere, mirar la correcta formulación del problema, qué tipo de información (datos) se tiene acerca del problema, actuando siempre con mente abierta, valorando los supuestos (muy usados en la matemática) y razones si se presentan. Esta curiosidad debe venir con una humildad intelectual, de tal manera que admita la ignorancia y sea verdaderamente sensible a lo que sabe y lo que no sabe, o el reconocimiento de que se podría descubrir nueva información y admitir que se está equivocado si fuera el caso.

Para Diseñar un plan, el estudiante debe estar en la capacidad de aceptar el tipo de solución que se pueda presentar, así como reconocer una posición distinta a la propia, actuando bajo una gran capacidad de análisis, para lo que se desea estar bien informado en el respectivo contexto, incluyendo los presaberes necesarios. En esta etapa debe actuar de una forma sistemática, organizando de la mejor manera la información recibida, así como los instrumentos a usar. Este diseño, se debe llevar a cabo bajo la figura de una autoconfianza, pues debe creer en sus propios conceptos para así emitir una serie de juicios y soportar los argumentos que se pudieran presentar. Este plan debe ser flexible, para permitir la opción al debate y estar abierto a la diversidad de opiniones. Aquí es importante tener el hábito mental de la indagación, pues se buscan soluciones del tipo matemático, que ayudan a encontrar errores, así como a evaluar las razones y los supuestos antes mencionados. Como rasgo, cabe mencionar la presencia de una autonomía intelectual, pues se deben aceptar las conclusiones y juicios emanadas de otras personas, y si es el caso de estar en capacidad enfrentarse al debate, si llegase, pero teniendo en cuenta que se puede opinar y pensar sin presión alguna.

A través de la Ejecución del plan, se desea obtener siempre la verdad así se presenten obstáculos. Aquí es necesario, tener el hábito de conocer varias fuentes de información y métodos de solución antes de tomar un dictamen soportado numéricamente, con tendencias disímiles, pues reforzarían en su defecto la decisión a tomarse. Es importante valorar a partir de una empatía intelectual, el camino de solución si se reflexiona partiendo de ideas que no sean las propias. Adicionalmente, bajo la integridad intelectual se espera que el estudiante experimente y ponga en ejercicio una buena gama de conocimientos adquiridos previamente. Se puede identificar y admitir con pudor, las diferencias y debilidades en sus propias tendencias.

En la Visión Retrospectiva, Se debe actuar de una manera reflexiva para la solución del problema en cuestión, pues al darse el caso de encontrarse varias soluciones, se debe contar con la suficiente madurez al emitir un juicio bajo los argumentos y evidencias aportados si es el caso numéricamente. Además, por medio de los hábitos mentales mencionados antes, se busca delimitar el problema de tal manera y coadyuvar con la mejor solución, actuando de una forma exigente y rigurosa, y buscando errores, si existieren. El PC, actúa bajo la figura de la verificación, demostración y validación de los resultados reflejados en las cifras y cantidades obtenidas. El rasgo intelectual de la imparcialidad, permitirá valorar con justicia y equidad la decisión y raciocinio tomados, respecto del problema en análisis. Aquí cabe perfectamente la comparación, la clasificación como argumentos de decisión a la mejor opción se hubieren varias.

Desde las habilidades

Ahora se evidencia, como todas las habilidades de PC expuestas por Facione (1990), influyen en la RP desde la matemática, en la metodología recomendada por Pólya (2011) de la siguiente manera:

En la primera fase del proceso donde se debe tener Comprensión del Problema, es necesario contar con la destreza de una buena capacidad de Análisis, pues además de ser una actitud importante en el estudiante como se mencionó antes, también es vista como una destreza útil al detallar, comprender y caracterizar los argumentos expuestos, así como la información suministrada y necesaria a través de las constantes, parámetros, variables, incluyendo los presaberes del contexto matemático. Este Análisis, a su vez debe ir de la mano con una correcta Interpretación pues debe llevar inmersa la claridad de la posible relación entre los datos suministrados y por obtener, así como saber en que momento se recurre a una información complementaria que ayude a una mejor comprensión del problema y no dar pie a la presencia de ambigüedades. Aquí la interpretación juega un papel importante, pues es la que permite una correcta traducción de un lenguaje coloquial a un lenguaje matemático.

En la etapa correspondiente al Diseño del plan, el estudiante de matemáticas, debe poner en práctica una Inferencia, pues a partir de la información suministrada debe contar con la capacidad de concluir razonablemente y emitir juicios o hipótesis soportados en leyes, teoremas, conceptos previos, usando para ello la inducción y la deducción, así como sacar conclusiones que le permitan estructurar un plan de solución bajo fundamentación matemática.

Cuando se está en la Ejecución del plan, proyectado anteriormente, el estudiante debe para ello contar con el talento de la correcta Explicación, en la que justifique contundentemente sus argumentos, sus procedimientos para solución, criterios de contexto que justifiquen sus juicios, incluyendo sus consideraciones, supuestos y si fuera el caso cuestionar sus propias creencias (coraje intelectual). Esta habilidad, se refleja a través de una buena comunicación oral y/o escrita.

Finalmente, para tener una Visión Retrospectiva, son importantes las competencias de Evaluación y Autorregulación. En la primera mencionada, es importante que el estudiante pueda contar con la capacidad de valorar las apreciaciones, argumentos y resultados encontrados de tal manera que se puedan encontrar los errores de la resolución en cuestión, así como dar el aval de un nuevo conocimiento si se pudieran hallar con miras de aplicación a nuevos procesos. En la última competencia, se busca que el estudiante pueda examinar sus propias reflexiones, se cerciore que los cálculos y cifras encontradas obedecen a la información suministrada y procedimientos analíticos ejecutados, dejar claro que los resultados son congruentes con los datos iniciales. Finalmente es importante, que tenga el criterio de cambiar el proceso de solución si se llega a dar cuenta que emitió un juicio errado.

Al implementar proyectos que impliquen RP y un posterior fomento del PC en su solución, estos deben llevar consigo una serie de estrategias que deben incluir lectura y escritura para análisis, trabajos en equipo que fomenten la discusión de resultados y la deliberación a través de argumentos, así como la reflexión de las causas y las consecuencias inmersas en el problema.

Conclusiones

Al realizar la investigación, se pudo concluir que el docente de matemáticas puede implementar el PC, haciendo uso de la metodología de RP propuesta por Pólya, al articularse con algunas estrategias que estimulan el espíritu crítico, a través de una serie de actitudes como Disposiciones, Hábitos y Rasgos intelectuales. Finalmente, el PC, también se puede fomentar por medio de una serie de habilidades del tipo cognitivo tales como el Análisis, la Interpretación, la Inferencia, la Explicación, la Evaluación y la Autorregulación.

La RP, bajo la influencia del PC, le garantiza al estudiante de matemáticas una formación con objetividad, al realizar una mejor toma de decisiones, una mejor evaluación de juicios y razonamientos propios y extraños, así como una mejor comunicación entrante y saliente.

Es necesario que los docentes de matemáticas, permitan que sus estudiantes pongan en práctica esas habilidades en cualquier instante y fuera de su propio contexto; por ejemplo, al expresar sus propias opiniones de una forma abierta y sin el temor al escarnio público

Es importante, que, desde los cursos de matemáticas, los estudiantes en cualquier instante de su formación, adquieran una cultura crítica basada en actitudes y habilidades, las cuales redundaran en una práctica permanente al resolver problemas de toda índole en su vida cotidiana.

Al lograr tener esta cultura crítica, puede ser ampliada con otro tipo de prácticas, fuera de la matemática, como en ciencias sociales a través de la lectura crítica.

Las estrategias didácticas, para la implementación de le PC a través de la matemática, puede ser extendida a otros cursos en la formación integral de los estudiantes.

Referencias y bibliografía

- Ennis, R. (1985). *A logical basis for measuring critical thinking skills*. *Educational Leadership*, 43(2), 44–48. <https://www.ascd.org/el/articles/a-logical-basis-for-measuring-critical-thinking-skills>
- Facione, P. (1990). *Critical thinking: A statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction (Executive Summary)*. Millbrae, CA: The California Academic Press.
- Frankenstein, M. (2001). Reading the world with math: Goals for a critical mathematical literacy curriculum. *The Australian Association of Mathematics Teachers Inc*, 53. <https://www.nottingham.ac.uk/csme/meas/papers/frankenstein.html>
- Hafni, R., Sari, M. & Nurlaelah, E. (2019, April). Analyzing the effect of students' habits of mind to mathematical critical thinking skill. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1211, No. 1, p. 012074). IOP Publishing. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1211/1/012074/meta>
- Muñoz, Y. y Palomar, J. (2014). Desarrollo y valoración del pensamiento crítico como competencia transversal en la formación de profesores de matemáticas. *Revista del Congrés Internacional de Docència Universitària i Innovació (CIDUI)*, (2). Disponible en: <https://raco.cat/index.php/RevistaCIDUI/article/view/368755>
- Pachón, Y. (2013). El pensamiento crítico en la enseñanza de las matemáticas. *En VII Cibem*. <https://core.ac.uk/download/pdf/328836713.pdf>

- Paul, R. & Elder, L. (2002). *Critical thinking: Tools for taking charge of your professional and personal life*. Prentice-Hall, Upper Saddle, NJ.
- Pólya, G. (2011). *Cómo plantear y resolver problemas*. México D.F.: Editorial Trillas
- Radzi, N., Mohamad, S., Abu, M., & Phang, F. (2012). Are math-oriented critical thinking elements in civil engineering workplace problems significant?: Insights from preliminary data and analysis. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 56, 96-107. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.636>
- Siegel, H. (1980, November). Critical thinking as an educational ideal. In *The Educational Forum* (Vol. 45, No. 1, pp. 7-23). Taylor & Francis Group. <https://doi.org/10.1080/00131728009336046>