

XVI CIAEM 

Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education

 UNIVERSIDAD DE LIMA

Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Indagación como estrategia de aprendizaje de la matemática en la formación inicial de profesores

Ivette Marie **León** Lavanchy
Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile
ileonl@uc.cl
María Constanza **Ripamonti** Zañartu
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Chile
m_constanza.ripamonti@umce.cl

Resumen

La enseñanza de la matemática en el siglo 21 se instala desde el paradigma de una disciplina científica y se integra con otras disciplinas en núcleos de conocimientos tales como el STEM o su versión más amplia de STEAM. El modelo de aprendizaje basado en la indagación (AMBI) podría constituirse en una herramienta que propicie y potencie las competencias y habilidades matemáticas en los estudiantes de Enseñanza Básica a través del desarrollo de ciclos de investigación en el aula. Este modelo de aprendizaje que busca construir conocimiento matemático y científico de calidad, podría ser un gran aporte en la formación de profesores. Se reseña la experiencia internacional en relación con este modelo y sus implicancias. Se describen y fundamentan las etapas del diseño de situaciones dentro del modelo AMBI y se analiza un ejemplo de experiencia con profesores en formación de Educación Básica, describiendo sus etapas, hallazgos y conclusiones.

Palabras clave: Educación Matemática; Indagación; competencias matemáticas; construcción del conocimiento, STEAM.

El aprendizaje de la matemática, como disciplina científica, en el S XXI

Estamos en un momento en que la sociedad, en forma global, plantea demandas a la educación y plantea objetivos y principios para el futuro, como se señala en la declaración de Incheon 2030: “Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos” (UNESCO, 2016).

Según Augustine (2021), presidente del consejo de gobierno de la UNESCO en la introducción del documento *Caminos hacia 2050 y más allá* señala que:

(...) vivimos en una época en la que a veces parece que el futuro se puede prever más que nunca, al reducir la brecha entre lo que conocemos hoy y lo que puede venir mañana”. Los rápidos avances de la tecnología y la investigación han impulsado transformaciones en la educación. La ciencia y los conocimientos que sustentan estos cambios les brindan esperanza a muchos: esperanza para una vida mejor, esperanza de comunidades más pacíficas y conectadas, esperanza de un mundo más sostenible.

Luna (2015) describe parte de este proceso de cambio desde el punto de vista educativo:

Este proceso representa una profunda transformación, para la cual las escuelas actuales han de estar preparadas. La pedagogía del siglo XXI debe emplear estrategias docentes innovadoras y respaldadas por la investigación, por las tecnologías del aprendizaje y por las aplicaciones tomadas de la vida real (Saavedra y Opfer, 2012). También es esencial para una comprensión más profunda que las y los estudiantes tengan oportunidades de aplicar las habilidades del siglo XXI en distintas áreas de contenido. En particular, el aprendizaje basado en competencias, combinado con métodos innovadores de aprendizaje que hagan uso de las tecnologías y con enfoques basados en la investigación y en problemas, contribuirá a que las personas desarrollen “capacidades de reflexión de alto nivel” (p 3).

Artigue (2020) describe los procesos que se han ido desarrollando en la DDM el último decenio:

Aunque las ciencias matemáticas tienen especificidades innegables, el hecho de destacar su dimensión experimental las acerca a otras ciencias y a sus propios enfoques de investigación. Por lo tanto, no es casualidad que, en el último decenio, expresiones como “enfoque de indagación”, IBL (Inquiry Based Learning), IBE (Inquiry Based Education), que se han utilizado durante mucho tiempo en los trabajos relativos a la enseñanza de las ciencias, hayan migrado a la enseñanza de las matemáticas. (p 89)

Artigue (2020) señala asimismo que este proceso ha multiplicado el número de proyectos educativos basados en la indagación matemática en todos los niveles. Por ejemplo, de proyectos desarrollados en el Espacio Europeo está el proyecto PRIMAS (Resolución de Problemas e Indagación en Ciencia y Matemática) y el Proyecto Fibonacci. En el espacio de cooperación Asia Pacífico (APEC) se han desarrollado a su vez proyectos que fortalecen el aprendizaje de las matemáticas y el STEAM como por ejemplo el proyecto InMside (APEC, 2018-2020).

Desde una perspectiva más amplia, el modelo de aprendizaje STEM (Science, Technology, Engineering y Mathematics) desarrollado en los 90’s desde las políticas de desarrollo o el más actual STEAM de 2011, incluyendo la integración de las artes y el diseño, ofrece a la indagación en matemática un espacio de trabajo interdisciplinario, conectando con la realidad y la diversidad de intereses de los estudiantes (Corfo-FCH, 2017).

Modelo de aprendizaje de la matemática basado en la indagación (AMBI)

La ciencia es un sistema bien organizado de definiciones, axiomas y teoremas que es el resultado de un largo período de investigación sobre problemas, relaciones con otras disciplinas, generalización y afinación de notaciones y lenguaje.

Según Artigue et al. (2020) cuando la educación considera ese sistema organizado como punto de partida para la enseñanza, es anti didáctica, porque se invierte la ruta de investigación, es decir, se comienza con definiciones y teoremas sin necesidades claras para los estudiantes, y termina con aplicaciones que podrían haber sido problemas de los cuales se originaron las nociones matemáticas, no proporciona a los estudiantes ninguna necesidad y propósito para las matemáticas que les presentamos, y quizás peor aún, no los involucra en el trabajo de los matemáticos, es decir, en tratar de organizar los fenómenos matemáticamente.

Al tomar las matemáticas como una actividad humana, una disciplina científica que permite organizar fenómenos naturales, sociales, culturales, económicos, entre otros, el modelo de indagación se convierte en un mejor camino para el aprendizaje sostenible (UNESCO, 2016).

La definición de AMBI en Artigue et al. (2020), enfatiza la importancia de usar tipos de problemas o preguntas que permitan el uso de múltiples estrategias de solución y se relacionen con experiencias cercanas o científicamente relevantes; así como un perfil de docentes que fomenten la curiosidad y el razonamiento y conecten el aprendizaje con las experiencias de sus estudiantes. El aula de matemática organizada según el AMBI promueve el desarrollo de mentes abiertas valorando el error y las contribuciones de todos los estudiantes, el trabajo colaborativo, el diálogo y el aprendizaje con sentido, a través de la argumentación. Los estudiantes hacen preguntas, colaboran, se comprometen, exploran, explican, extienden y evalúan.

Sala y Font (2019), señalan que el AMBI se organiza en coordinación con el ciclo de modelización matemática, presentando distintas fases:

- a) **Formulación de una tarea** que está relacionada con una realidad percibida e influenciada por los intereses del investigador. En esta etapa, se construye el objeto del proceso de modelización.
- b) **Selección y construcción de los objetos relevantes** del dominio de indagación, y transformación de éstos para hacer posible una representación matemática.
- c) **Transformación de los objetos y relaciones seleccionados** desde su estado de apariencia inicial hacia la matemática, mediante una mayor abstracción e idealización.
- d) **Uso de métodos matemáticos** para obtener resultados matemáticos y conclusiones.
- e) **Interpretación de los resultados y conclusiones** obtenidos con respecto al dominio de indagación.
- f) **Evaluación de la validez del modelo** por comparación de los datos y/o con los conocimientos establecidos.

Este ciclo de modelización organiza las relaciones e interacciones entre dos sistemas: un sistema extra matemático y un sistema matemático. Cada uno tiene su propia lógica y, en consecuencia, el proceso de indagación no sólo está sujeto a las reglas de la racionalidad matemática. En AMBI, sin duda es importante sensibilizar a los estudiantes y darles la oportunidad de experimentar la diversidad de dominios que, además del mundo natural, son accesibles a la indagación matemática a través de procesos de modelización (Artigue, 2017).

Diseño de situaciones para la implementación de AMBI en la formación de profesores de Enseñanza Básica

Como parte de la metodología se consideran las etapas que propone el Modelo de Diseño de Ciclo de actividades AMBI (León, Ripamonti, Flores, 2020) en la figura 1, donde el asombro y la curiosidad son el punto de partida para la indagación, ya que permiten generar las preguntas y motivar a la acción a los estudiantes.

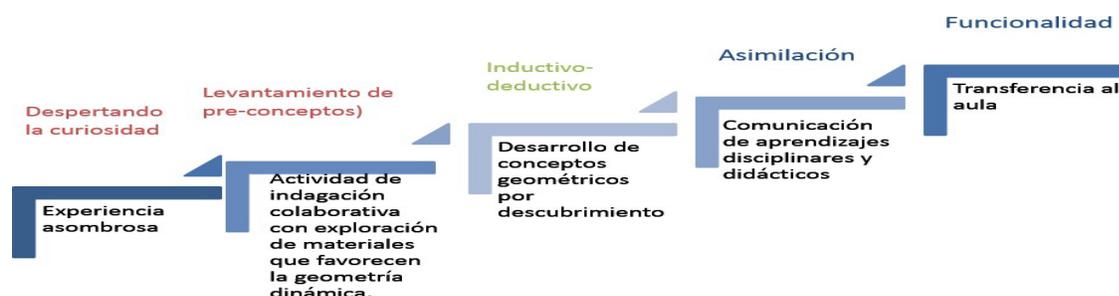


Figura 1. Modelo de diseño de ciclo de actividades de Indagación (León, Flores, Ripamonti, 2020, p 236)

En este modelo cada etapa se describe a partir de las experiencias de aprendizaje (Tabla 1):

Tabla 1

Descripción de los momentos del ciclo del diseño AMBI para profesores en formación

Momento 1 Despertando la curiosidad (Experiencia asombrosa)	Cada ciclo inicia con una experiencia que despierte la curiosidad, un experimento, un desafío, una exploración de fenómenos físicos, un cuento, un video, una exploración digital o con material concreto; es una vivencia personal de descubrimiento, no hay respuestas esperadas ni tareas específicas, hay una puesta en común abierta a descubrimientos tanto cognitivos como afectivos.
Momento 2 Levantamiento de preconceptos (actividad de indagación colaborativa)	Este momento incluye actividades colaborativas de indagación con material concreto; hay tareas propuestas que dirigen la exploración de manera flexible con múltiples soluciones, el objetivo es levantar y descubrir los conocimientos previos de los futuros docentes, producir desequilibrios cognitivos que permitan la resignificación de los conceptos involucrados.
Momento 3 Inductivo-deductivo (desarrollo de conceptos por descubrimiento)	Se proponen tareas que permiten ir sistematizando los descubrimientos del grupo para poder alcanzar algunas generalizaciones y ponerlas a prueba, realizando así un proceso inductivo-deductivo.
Momento 4 Asimilación (comunicación de los aprendizajes)	Este momento busca fortalecer la habilidad comunicativa de los estudiantes y el reconocimiento metacognitivo de los aprendizajes tanto conceptuales/disciplinares como didácticos/pedagógicos.

**Momento 5
Funcionalidad
(Transferencia al Aula)**

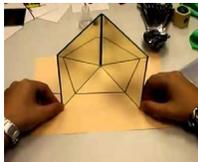
Se refiere a la reproducibilidad de la enseñanza y a la posibilidad que tienen los futuros profesores de transferir sus experiencias y aprendizajes a la realidad de las aulas escolares. Las tareas relacionan el trabajo del ciclo de actividades con el currículo, los niveles de aprendizaje de sus estudiantes, la diversidad dentro de las aulas, entre otras

Fuente: León, Flores y Ripamonti, 2020, p 236.

Experiencia de AMBI en Formación de profesores de Enseñanza Básica

En la experiencia de aprendizaje AMBI que se presenta a continuación, el ciclo inicia con una historia extraída de la novela “Señor Dios soy Anna” (Hopkins, 1974) donde se relata un juego con espejos y una línea. La pregunta que activa la curiosidad es ¿Qué creen que vio Anna? Se les pide a los estudiantes/docentes un dibujo con lo que imaginaron al leer la historia.

En el segundo momento los estudiantes/ docentes, exploran con libros de espejos, papel, lápices y regla para reproducir la situación descrita en la lectura. Exploran las diferentes respuestas dependiendo de las posiciones de la línea y los espejos. Ponen en común sus descubrimientos.



En el tercer momento exploran con diferentes figuras 2D (triángulos, paralelogramos, hexágonos, entre otros) y se les pide que observen y dibujen lo que pasa al interactuar con el libro de espejos. Comentan en grupo y responden preguntas. ¿Qué nuevas figuras se forman? ¿Qué pasa con los ángulos de abertura de los espejos? Resuelven problemas que involucran las figuras disponibles y no disponibles.

En el cuarto momento se les pide analizar el trabajo colaborativo, sus aprendizajes y los conceptos geométricos relacionados con la actividad de indagación con el espejo y las figuras 2D (transformaciones isométricas, composición y descomposición de figuras 2D, polígonos, triángulos y ángulos).

En el quinto y último momento los estudiantes/docentes relacionan el trabajo realizado en el ciclo de AMBI con el currículo nacional, los niveles de aprendizaje de sus estudiantes, la diversidad dentro de sus aulas, la selección y adaptación de los materiales y las actividades propuestas en su contexto, entre otras.

Principales hallazgos o conclusiones

El desarrollo de la dimensión experimental de la matemática con los estudiantes/docentes, abre una ventana a la comprensión de una nueva forma de enseñanza aprendizaje de las matemáticas por la vía de la experiencia personal y colaborativa (Artigue, 2020). Comenzar una

clase de matemática, con un texto literario, genera el asombro, un motor de la motivación por indagar. Este modelo de aprendizaje de la matemática aporta valiosos resultados para la sociedad del conocimiento: prepara a los estudiantes para un futuro cambiante e incierto, aprendizaje durante toda la vida, desarrollo de la curiosidad y comprender la naturaleza de la ciencia y la matemática.

El AMBI se muestra como una herramienta apropiada para propiciar y potenciar las competencias y habilidades matemáticas en los futuros profesores, tales como la comprensión profunda de conceptos matemáticos básicos, la modelación y argumentación, así como la creatividad e innovación, favoreciendo desde su experiencia el diseño de ciclos de investigación en el aula. Como señalan los autores en el Proyecto Fibonacci, (2012), la estrategia AMBI requiere el desarrollo de metodologías de enseñanza en la práctica, que tengan en cuenta la experimentación.

La encuesta de evaluación de cierre de esta experiencia generó otros hallazgos.

El primero fue el efecto positivo que produjo en los profesores en formación, el trabajo de indagación con materiales concretos, motivando su participación y compromiso con el aprendizaje y construcción de conocimientos matemáticos y didácticos. Además, se produce una resignificación de la importancia de dichos materiales para la construcción de los conocimientos matemáticos fundantes en los niños; más del 80% de los profesores en formación incluyó comentarios relacionados a este tema.

Cabe destacar lo que señalan distintos autores, sobre el uso de material manipulativo en esta etapa escolar, facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos, pues ellos experimentan situaciones de aprendizaje de forma manipulativa, que les permite conocer, comprender e interiorizar las nociones matemáticas estudiadas, por medio de la experiencia y los sentidos.

Otra de las fortalezas en el diseño AMBI fueron las preguntas implicadas en las actividades de exploración autónoma, indagación colaborativa y reflexión de transferencia al aula, que fueron valoradas por los profesores en formación en más de un 70%, ya que, según estos, aportan al proceso de comprensión y construcción del conocimiento matemático, propio y al de sus (futuros) estudiantes.

Uno de los aspectos que más se valora en esta experiencia es la posibilidad que tienen los profesores en formación de aprender conceptos y habilidades matemáticas desde la indagación, en un ambiente inclusivo, motivador, desafiante y seguro (con bajos niveles de ansiedad). A su vez, esta experiencia les permite proyectar su actividad docente futura y transferir al aula de matemática esta metodología de enseñanza -aprendizaje.

Referencias y bibliografía

APEC (2018-2020). *Inclusive Mathematics for Sustainability in a Digital Economy (InMside)*-HRD 01

Artigue, Michele (2017). *¿Qué es la educación matemática basada en la indagación?* La Gaceta de la RSME, Vol. 20 (2017), Núm. 3, Págs. 593–609. <https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=1416>

- Artigue, Michele (2020). *El desarrollo de la didáctica de las matemáticas, una mirada internacional*. RECHIEM. Revista Chilena de Educación Matemática, 12(3), pp. 83-95. <https://www.sochiem.cl/rechciem/>
- Artigue, M., Bosch, M., Doorman, M., Juhász, P., Kvasz, L., & Maass, K. (2020). *Inquiry based mathematics education and the development of learning trajectories*. Teaching Mathematics and Computer Science, 18(3), 63–89. <https://doi.org/10.5485/TMCS.2020.0505>
- Augustine, Andrew. (2021). *Caminos hacia 2050 y más allá*. Unesco https://www.iesalc.unesco.org/wp-content/uploads/2021/11/Pathways-to-2050-and-beyond_ESP-1.pdf
- Corfo-Fundación Chile (2017). *Preparando a Chile para la sociedad del conocimiento. Hacia una coalición que impulse la Educación STEAM*. <https://www.ecosisteam.cl/wp-content/uploads/2019/10/Coalicion-educacion-STEAM.pdf>
- Fibonacci Project (2012). *Learning through Inquiry*. En <http://www.fibonacci-project.eu/>
- Hopkins, S. (1974). *Señor Dios soy Anna*. Editorial Pomaire. Santiago.
- León, I., Ripamonti, C., Flores, B. (2020). *Geometría Dinámica: Despertando el asombro a través de la indagación*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Volumen 33, Número 1, febrero 2020, Sección 2 https://www.clame.org.mx/documentos/alme33_1.pdf
- Luna, Cynthia (2015). *El Futuro del aprendizaje 3: ¿Qué tipo de pedagogías se necesitan para el siglo XXI?* UNESCO. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000243126_spa?posInSet=1&queryId=N-EXPLORE-000e2974-03c7-4a13-bb77-bc0db78159be
- Sala, G., Font, V. (2019). *El papel de la modelización en una experiencia de enseñanza de matemáticas basada en indagación*. AIEM - 2019, 16, 73–85 https://www.researchgate.net/publication/336934374_Papel_de_la_modelizacion_en_una_experiencia_de_ensenanza_de_matematicas_basada_en_indagacion
- UNESCO (2016). *Educación 2030: Declaración de Incheon y Marco de Acción para la realización del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4: Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos*. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656_spa