

# XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática  
Conferência Interamericana de Educação Matemática  
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú  
30 julio - 4 agosto 2023



[xvi.ciaem-iacme.org](http://xvi.ciaem-iacme.org)

## Estudio de los cuerpos geométricos en la escuela secundaria: una revisión sistemática de literatura

Alexánder **Álvarez** Colorado  
Universidad de Antioquia  
Colombia  
[Alexander.alvarez1@udea.edu.co](mailto:Alexander.alvarez1@udea.edu.co)

Camilo **Montoya-Puerta**  
Universidad de Antioquia  
Colombia  
[Camilo.montoyap@udea.edu.co](mailto:Camilo.montoyap@udea.edu.co)

Santiago **Herrera** Giraldo  
Universidad de Antioquia  
Colombia  
[Santiago.herrera2@udea.edu.co](mailto:Santiago.herrera2@udea.edu.co)

María Camila **Ocampo-Arenas**  
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia  
Colombia  
[Camila.ocampo@udea.edu.co](mailto:Camila.ocampo@udea.edu.co)

María Denis **Vanegas** Vasco  
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia  
Colombia  
[Maria.vanegas@udea.edu.co](mailto:Maria.vanegas@udea.edu.co)

### Resumen

En este artículo se propone realizar una revisión sistemática de literatura en la que se plantea como objetivo indagar acerca de cómo se ha abordado el estudio de los cuerpos geométricos en el panorama investigativo de las Didáctica de las Matemáticas en el ámbito local e internacional. La recolección de los datos se realizó sobre cinco fuentes cuya selección final ubicó 16 artículos, los criterios de selección fueron i. que la publicación se haya realizado posterior al año 2006, ii. que el foco de estudio de los artículos se refiera a la enseñanza-aprendizaje de los cuerpos geométricos y la geometría espacial. El análisis de los documentos realizó por medio del software NVivo y fichas bibliográficas. Los resultados obtenidos se encuentran,

de un lado, las diferentes apuestas teóricas y metodológicas en esta temática y, por otro lado, la ausencia de estudios que enlacen el STEAM en el marco de la TAD.

**Palabras clave:** estudio de los cuerpos geométricos; revisión de literatura; Teoría Antropológica de lo didáctico.

## **Introducción**

El estudio de los cuerpos geométricos ha tomado relevancia sobre el campo investigativo en el panorama internacional de la Didáctica de las Matemáticas. En el caso de Colombia, las sucesivas reformas curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998; 2006), han permitido poner sobre el panorama investigativo el estudio de la geometría en la escuela; en particular de la geometría espacial. Pese a que en la comunidad investigativa hay consenso acerca de la importancia en el estudio de la geometría espacial, debido a los diferentes vínculos que permite establecer respecto a las actividades humanas (Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta, 2004), su estudio sobre la práctica, en algunas instituciones escolares, ha tenido poca relevancia. Incluso, algunos maestros manifiestan no estar preparados para llevar a cabo su enseñanza (Aguayo, 2019).

Dicho lo anterior, es de especial interés para esta revisión de literatura identificar cómo se ha abordado desde de la investigación en Didáctica de las Matemáticas el estudio de los cuerpos geométricos en las instituciones escolares en el ámbito local e internacional, desde diferentes perspectivas teóricas y metodológicas, en particular a los que se refieren a la Teoría Antropológica de lo Didáctico, (En adelante, TAD). Debido a que, esta revisión hace parte de un trabajo de grado que pretende desarrollar un Modelo Epistemológico de Referencia (MER) respecto al estudio de los cuerpos geométricos en la enseñanza secundaria en Colombia.

## **Metodología**

En este trabajo se empleó una revisión sistemática de literatura como técnica para recolectar información relevante sobre el estudio de los cuerpos geométricos. Esta, según Rother (2007) citando a Castro (2006) es una revisión implementada para responder alguna pregunta específica, en la cual se emplean métodos explícitos y sistemáticos para identificar, seleccionar y evaluar de manera crítica los estudios, y para recolectar y analizar los datos de estos estudios incluidos en la revisión.

La recolección de los datos se realizó en las actas de los congresos CMF y 4e congrès international sur la théorie anthropologique du didactique; Google-Scholar, en la base de datos Scielo y el repositorio digital Funes. Para organización y el análisis de dicha revisión se emplearon el software NVivo (Para el empleo de este programa se cuenta con la licencia del grupo de investigación al cual pertenecen los investigadores) y fichas bibliográficas. Asimismo, los criterios para la selección fueron: fecha de publicación no anterior a 2006 —fecha de publicación de los documentos de orientación curricular, referente principal del trabajo general que engloba esta propuesta— y, que el foco de estudio de los artículos se refiera a la enseñanza-

aprendizaje de los cuerpos geométricos y la geometría espacial. Así, se recolectaron 40 artículos en la búsqueda de la cual se seleccionaron 16 luego de la depuración realizada. Se emplearon las ecuaciones de búsqueda: enseñanza + cuerpos geométricos, estudio + geometría espacial.

### Resultados

De acuerdo con lo anterior, se identificaron cuatro perspectivas teóricas dominantes en relación con el estudio de los cuerpos geométricos, estas son: el modelo de Van Hiele, las Tecnologías de la Información y la Comunicación, la TAD, y el enfoque STEAM y la modelación matemática (véase la tabla 1). Las cuáles serán abordadas a continuación en el ámbito internacional y colombiano.

Tabla 1  
Resultados revisión de literatura.

Fuente	M. Van Hiele		TIC		STEAM y Modelación		TAD		Total
	Col	Inter	Col	Inter	Col	Inter	Col	Inter	
Scholar	1	0	2	1	0	1	1	2	8
CMF	0	0	0	0	0	0	0	1	1
E4 TAD	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Scielo	0	1	0	0	0	0	0	1	2
Funes	0	1	1	0	1	0	0	1	4
									16

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos.

### Estudio de los cuerpos geométricos en el contexto internacional

En el caso de España, Rojas y Sierra (2020), tras una indagación en el currículo de la escuela secundaria obligatoria, en adelante ESO, concluyen que existe una ausencia de cuestiones a las que respondan los conocimientos geométricos. Este trabajo es continuado en Rojas y Sierra (2021) y Rojas y Sierra (2021), en donde, de un lado, identifican algunas restricciones que impiden el estudio estas en la ESO, y de otro lado, llevan a cabo un proceso de modelización espacio-geométrica mediante la elaboración de un Recorrido de Estudio e Investigación. Entre los resultados de estos estudios se encuentra la posibilidad de abordar de modo funcional parte de los conocimientos geométricos propuestos en el currículo en la ESO y superar la rigidez de la actividad matemática escolar.

Por otra parte, Labrigui-Rubio (2022) plantea el estudio de los cuerpos geométricos mediante el enfoque STEAM. En esta se propone el desarrollo de un modelo de una ciudad sostenible por parte de los estudiantes, por medio de metodologías activas como el aprendizaje basado en proyectos y el aprendizaje cooperativo. Los estudiantes diseñaron

los edificios de la ciudad, con el uso de softwares de geometría dinámica y entornos CAD y la impresión 3D para dar forma al modelo.

En otra propuesta Gutiérrez y Jaime (2012), presentan dos modelos didácticos para la enseñanza de la geometría espacial en los diferentes niveles educativos, a saber, el modelo Van Hiele y el Modelo Vinner. Basados en estos modelos proponen algunas situaciones acerca de los desarrollos planos de figuras tridimensionales. Estos modelos, permitieron generar reflexiones frente a la enseñanza de la geometría espacial, debido a que los maestros pueden considerar las representaciones gráficas, tanto físicas como mentales, en las clases de la geometría. En esta misma línea, Diez y Roa (2018), proponen el estudio de los cuerpos geométricos mediante el uso de tinkerCAD y la impresión 3D, articulando los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele. Plantean la realización de algunas actividades mediante el modelado 3D, como juntar varias figuras simples para luego calcular su volumen.

En el caso de Francia, Pavlopoulou y Patronis (2018), propusieron a los estudiantes la lectura y el análisis geométrico de la novela *Flatland* (E. Abbott, 1884). Este análisis derivó en la construcción de una configuración profunda acerca de cómo se veían los cuerpos geométricos para los habitantes de Flatland. El objetivo final de la propuesta fue que los estudiantes construyeran cooperativamente la continuación de la historia con base en dicho análisis. Por su lado, Bloussier y Richard (2014), trabajan la visualización de los cuerpos geométricos en el espacio desde la proyección estereoscópica asociada con la vista que ofrecen las salas de cine 3D y la proyección en perspectiva vinculada a la pintura renacentista. Se observó como la proyección estereoscópica produce un dibujo y sus representaciones con un dominio operativo más amplio que la proyección en perspectiva, puesto que la proyección estereoscópica permite producir respuestas acordes a las figuras trabajadas.

En el caso de Argentina, Berenguel y Parra (2021), en marco de la TAD, realizaron un estudio en el nivel secundario, donde proponen el diseño y la implementación de una Actividad de Estudio e Investigación, partiendo de la pregunta generatriz ¿Cómo diseñar un envase de perfume de 125 ml, para utilizar la menor cantidad de material posible, con un espesor despreciable, sabiendo que se vende por  $\text{cm}^2$ ? Los estudiantes realizaron un análisis en el que formularon nuevas preguntas respecto a las características de dicho envase y dieron respuestas que posibilitaron la emergencia y estudio de los conceptos matemáticos relacionados con el estudio de los cuerpos geométricos de una manera funcional, con sentido y con una *razón de ser*.

### **Estudio de los cuerpos geométricos en el contexto local**

Botero y Rendón-Mesa (2022), emplean la modelación como conexión entre las matemáticas y las experiencias culturales; así, proponen una situación en la cual los estudiantes deben optimizar una lámina de cartón industrial para elaborar el desarrollo plano de un envase en forma de prisma rectangular. Por su lado, Parada y Díaz (2021), enmarcados en la TAD, analizan algunas praxeologías locales respecto a los cuerpos geométricos, para luego proponer una nueva configuración praxeológica, con base en el modelo de Van Hiele, y articulada en el software

dinámico de GeoGebra. Enmarcado, también, en el modelo de Van Hiele, Marín (2021), muestra la planificación, elaboración e implementación de una propuesta para la enseñanza de la geometría espacial que permitió la conceptualización de figuras y cuerpos geométricos. La cual deriva en una nueva metodologías que vinculan los contextos de los estudiantes. Por otro lado, Rios-Cuesta, Zabala-Jaramillo, et al, (2022), desarrollaron una unidad didáctica con el fin de mejorar el componente métrico espacial en las pruebas saber mediante el uso del software Cabri. Este permitió una mayor abstracción, interacción y visualización de las figuras geométricas.

Gaitán, Moreno y Yopasá (2021), mediante el uso de aplicaciones de modelado 3D y realidad aumentada, articulada al Modelo de Van Hiele, la teoría para la resolución de problemas de Pólya y el desarrollo de competencias STEM, buscaron generar en los estudiantes aprendizajes significativos relacionados con el pensamiento geométrico. Esta propuesta permitió ver el celular como una herramienta con sentido en el aula. Por otra parte, Jaimes-Rico y Ramírez-Rodríguez, (2020), mediante el diseño e implementación de una secuencia didáctica, abordaron el estudio de los cuerpos geométricos por medio del uso de la realidad aumentada (RA) en celulares y tabletas, a través de las aplicaciones ARTRIC y Geometry-AR. En los resultados obtenidos se evidenció que la implementación de las actividades mediadas por RA tuvo un impacto positivo que se vio reflejado en los estudiantes.

## **Conclusiones**

Esta revisión sistemática de literatura deja entrever la diversidad de apuestas teóricas y metodológicas que existen frente a la investigación de los cuerpos geométricos. Allí se muestran diferentes materiales didácticos aplicados y la identificación de algunas posibilidades asociadas a su estudio. Muestra, también, la existencia de la tendencia a emplear en el estudio de la geometría espacial las TIC modelación. Además, se evidencia — tanto en congresos internacionales que tienen como tema principal la TAD, como de otra índole — la ausencia de estudios que enlacen el STEAM en el marco de la TAD, particularmente a lo que refiere la elaboración de un Modelo Epistemológico de Referencia. Lo que lo convierte en un campo abierto y fértil para la investigación en Didáctica de las matemáticas.

## **Referencias y bibliografía**

- Aguayo Álvarez, L. M (2019). Proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de la geometría espacial a través del uso de material didáctico. Facultad de Ciencias.
- Berenguel Rinaldi, A., y Parra, V. E. (2021). Enseñanza de cuerpos geométricos en el nivel secundario argentino: implementación de una actividad de estudio e investigación. *Revista Números*, 109, 7-39.
- Blossier, M., & Richard, P. R. (2014). Le travail mathématique en interaction avec un logiciel de géométrie dynamique tridimensionnelle. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 17 (4 -2), 327-342.
- Botero, O. E., y Rendon-Mesa, P. A. (2022). Cuántos empaques: Una propuesta de enseñanza de modelación en diferentes niveles formativos. En Serna, Edgar (Ed.), *Situaciones de modelación matemática para el aula*:

- Aportes para diferentes niveles formativos (pp. 40-46). Medellín, Colombia: Editorial Instituto Antioqueño de Investigación.
- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. y Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Enlace Editores Ltda. 1-94.
- Díez Molina, C., y Roa, J. (2018). Uso de las impresoras 3D para la Enseñanza de la Geometría de los sólidos siguiendo el modelo de Van Hiele. In VIII CIBEM, Julio 2017, Madrid 300-308. Departamento de Magisterio de Educación Infantil.
- Gaitán Rosas, J. C., Moreno Granado, C. D., y Yopasá Murcia, M. (2021). *Modelado 3d y realidad aumentada para la enseñanza de los sólidos geométricos*. (Tesis de maestría, Universidad la Gran Colombia), Colombia, Bogotá.
- Gutiérrez, Á., y Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (32), 55-70.
- Jaimes-Rico, S y Ramirez-Rodriguez, W. (2020). *Implementación de la Realidad Aumentada (Ra) Como Herramienta Didáctica Para la Enseñanza de Cuerpos Geométricos*. (Tesis de maestría, Universidad de Santander), Colombia, Santander.
- Marín Orrego, J. (2021). *Propuesta de una estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas enfocada en el pensamiento espacial para los estudiantes del grado sexto*. (Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia), Colombia, Antioquia.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Labrigui-Rubio, M. (2022). *Enfoque STEAM: Enseñanza-aprendizaje de la geometría en 4º de ESO a través del diseño de la ciudad sostenible*. (Tesis de maestría, Universidad Internacional de La Rioja), España, La Rioja.
- Parada, M., y Díaz, Y. (2021). *Avances de una Configuración Didáctica: Praxeologías para la Enseñanza y el Aprendizaje de Cuerpos Geométricos Mediante Geometría Dinámica. Socializar las experiencias de investigación de estudiantes a nivel de Pregrado y Posgrado en la Facultad de Estudios a Distancia y otras universidades con convenio con la FESAD.*, 40-44.
- Pavlopoulou, K. y Patronos T. (2018). *Qu'est-ce Qu'il Se Passe Quand Une Figure Geometrique Rencontre Flatland? [Affiches GT4]*. EMF2018-Mathématiques en scène, des ponts entre les disciplines, Paris, France.
- Ríos-Cuesta, Wilmer; Zabala-Jaramillo, Luis Albeiro; Barriga-Arceo, Eugenio; Parraguez, Marcela; Roa-Fuentes, Solange; Huincahue, Jaime; y Morales, Astrid (2022). *Construcción del concepto de volumen del prisma: una propuesta desde la modelación y representación con geometría dinámica y matemática condicional*. En Zabala, Luis; Ramos-Rodríguez, Elisabeth (Eds.), *Experiencias en el aula de Matemáticas*. México: Editorial Kali., 21-61.
- Rojas Suárez, C., y Sierra Delgado, T. Á. (2021). *Restricciones institucionales que dificultan la modelización espacio-geométrica en la enseñanza secundaria*. *Avances de investigación en educación matemática*, (20), 41-63.
- Rojas Suárez, C., y Sierra Delgado, T. Á. (2021). *Conocimientos geométricos como respuesta a un problema espacial en el desarrollo de un recorrido de estudio e investigación*. *Educación matemática*, 33(1), 208-239.

Rojas Suárez, C., y Sierra Delgado, T. Á. (2020). Los problemas espaciales: una propuesta alternativa para enseñar geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(4).

Rother, E. T. (2007). Revisión sistemática X Revisión narrativa. *Acta paulista de enfermagem*, 20, v-vi.