

# XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática  
Conferência Interamericana de Educação Matemática  
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú  
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

## Discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas en el estudio de un modelo que describe factores del estallido social en Colombia

Jainer Andrés **Gómez-Chavarro**

Facultad de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle  
Colombia

[jainer.gomez@correounivalle.edu.co](mailto:jainer.gomez@correounivalle.edu.co)

Jhony Alexander **Villa-Ochoa**

Facultad de Educación, Universidad de Antioquia  
Colombia

[jhony.villa@udea.edu.co](mailto:jhony.villa@udea.edu.co)

### Resumen

Este trabajo analiza las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas que dos futuros profesionales evidencian cuando estudian modelos matemáticos. A través del estudio de dos casos, se analizaron las entrevistas que se realizaron a los participantes cuando estudiaron un modelo logístico que describe algunos factores presentes en el estallido social ocurrido durante 2021 en Colombia. En particular, los resultados muestran el énfasis que el conocimiento disciplinar y del contexto tienen en este tipo de discusiones; para cada caso, se describen las características, interpretaciones y análisis de los modelos matemáticos.

*Palabras clave:* Modelación; Educación universitaria; Función logística; Programación; Matemáticas; Discusiones

### Introducción

La integración de la modelación matemática se recomienda en la mayoría de los currículos alrededor del mundo; sin embargo, no existe una comprensión homogénea de la modelación ni de sus alcances y tareas dentro de la investigación y el currículo escolar (Kaiser, 2017). Entre diferentes perspectivas de la modelación, se destaca la socio-crítica, en la cual se busca reconocer diferentes maneras en que las matemáticas influyen en la sociedad (Barbosa, 2006). En esta perspectiva, se reconoce que los modelos matemáticos no son descripciones neutrales sobre una realidad independiente y que la modelación tiene dispositivos que suelen ocultarse al público en general (Barbosa, 2006). Barbosa (2006) destaca tres tipos de discusiones en esta

perspectiva: *reflexivas* (se refiere a la naturaleza del modelo matemático, los criterios utilizados en su construcción y sus consecuencias), *matemáticas* (se refiere a las ideas pertenecientes a las matemáticas profesionales) y *tecnológicas* (se refiere a las técnicas de construcción del modelo matemático). El ejercicio de la crítica requiere de un grado de aptitud matemática para tomar distancia ante decisiones gubernamentales, juzgando el accionar político cuando se basa en modelos matemáticos expertos (Valero, 2015; Skovsmose, 1999); por tanto, las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas, son consideradas fundamentales para distinguir entre la crítica del modelo y la crítica del uso del modelo, dejando así en evidencia la credibilidad del modelo o la credibilidad de las decisiones políticas (Christiansen, 1999).

La educación matemática crítica (EMC) no solo se preocupa por la participación de los sujetos en la democracia, si no también, de la crítica de situaciones de injusticia social. Es por esto que: “Ser crítico significa prestar atención a una situación crítica, identificarla, tratar de captarla, comprenderla y reaccionar frente a ella” (Skovsmose, 1999, p.16). En ese sentido, la investigación sobre discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas en situaciones de injusticia sigue siendo pertinente para conocer la manera en que los sujetos conciben y usan los modelos matemáticos; por tanto, este documento presenta los resultados de un estudio que ofreció una respuesta a la pregunta, ¿cuáles son las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas que estudiantes de pregrado relacionados con las matemáticas pueden promover sobre modelos matemáticos que buscan describir el estallido social en Colombia?

## Referentes conceptuales

### La perspectiva socio-crítica de la modelación

La EMC es una filosofía de la educación matemática que se preocupa por el desarrollo de una educación matemática que sustenta la democracia, lo cual quiere decir que la micro sociedad de la clase de matemáticas debe encarnar aspectos democráticos (Christiansen, 2001). La EMC busca establecer una educación matemática que permita centrar la atención en diversas fenomenologías, comprendiendo e identificando los factores que están actuando sobre esta (Skovsmose, 1999). El ejercicio de la crítica posibilita en los sujetos formas de reaccionar ante problemáticas generando soluciones y oportunidades de un *activismo* para actuar como respuesta a las crisis (Agostinho y Reis, 2021). En esta perspectiva, la modelación matemática aporta a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y a la formación ciudadana de los estudiantes. Para Silva y Kato (2012), la modelación brinda oportunidades para que los estudiantes discutan en el aula sobre su vida cotidiana, creen conciencia sobre el papel de las matemáticas en la sociedad e incluso, generen cambios en su forma de ver el mundo. El ejercicio de la crítica ofrece cuestionamientos en una determinada población ante la toma de decisiones, es aquí cuando las matemáticas pueden ser parte de estos cuestionamientos, pues a partir de la modelación matemática, los estudiantes y los profesores pueden tomar decisiones por medio de la crítica.

### Discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas en la modelación matemática

En la EMC, los procesos tecnológicos pueden comprenderse como las herramientas, procesos y competencias para construir modelos y entender las maquinarias; en tal sentido, estos procesos permiten interpretar la tecnología como una condición básica para una organización social. En otras palabras, los procesos tecnológicos están asociados con las formas de

construcción y uso de las matemáticas (Mendez y Aguilar, 2022). Por tanto, las discusiones tecnológicas tienen en cuenta lo relacionado con la calidad del modelo, sus alcances, supuestos y procedimientos.

Las discusiones reflexivas en la modelación están dirigidas hacia un interés crítico, donde los estudiantes deben establecer límites basados en argumentos (matemáticos y tecnológicos) que les permitan analizar modelos matemáticos para discutir su *uso y aplicabilidad* en los diferentes contextos y situaciones; es decir, los límites establecidos en un respectivo modelo resultaran cruciales para el acto crítico del mismo (Skovsmose; Greer, 2012). En esta misma línea, este tipo de discusiones permiten que las personas adquieran un tipo de empoderamiento matemático-reflexivo; viéndose este reflejado en los entornos sociales al momento de generar discusiones sobre el uso de las matemáticas (modelos matemáticos) para la toma de decisiones. Por esta razón, esta clase de empoderamiento resultan ser un aporte valioso para el mundo de las matemáticas (País, 2012).

### Metodología

El estudio es cualitativo puesto que utiliza las representaciones y discursos obtenidos como datos para interpretar las realidades de las personas (Pérez, 2002). Se siguió el método de estudio de casos; el cual “se concentra en el conocimiento experiencial del caso y se presta detallada atención a la influencia de sus contextos social, político y otros” (Stake, 2013, p.155). Para analizar las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas se seleccionaron dos casos, el primero corresponde Carlos (seudónimo), quien era estudiante de un programa de formación inicial de profesores de matemáticas, el segundo caso corresponde a una estudiante, denominada con el seudónimo de Cristina, quien estudiaba para ser profesional estadística; ambos en una universidad pública del occidente de Colombia. Estos casos se seleccionaron con base en la disposición para participar de manera voluntaria en el estudio; además, porque estaban familiarizados con la modelación y tenían una formación mínima en ecuaciones diferenciales. Asimismo, se requería que dichos estudiantes tuvieran manejo de calculadoras graficadoras o de lenguajes de programación.

Para el trabajo de campo, se entregó a cada estudiante un documento que contenía los procedimientos para obtener la función  $f(x) = \frac{4687}{1+24,47e^{-0.15x}}$ . Este modelo se construyó previamente para describir el número de víctimas (en función del tiempo) reportadas como abusos durante el estallido social ocurrido en Colombia en 2021. Adicionalmente, los estudiantes tuvieron a disposición un programa realizado en Python, un programa realizado Wólffram Alpha y los datos de las víctimas reportados por una ONG. Una vez entregado el material, se les solicitó a los estudiantes que analizaran el modelo y compararan los resultados obtenidos con los datos proporcionados. Posterior a esto, se realizó una entrevista con preguntas que generaron discusiones de tipo matemático, tecnológicas y reflexivas sobre el modelo, entre ellas: ¿Crees que la pandemia tuvo alguna influencia en la cantidad de protestantes?, ¿Las personas que no participaron de la protesta social lo hicieron por miedo a la violencia o por miedo al virus Covid-19?, ¿El estallido social en Colombia fue una lucha de clases sociales?, ¿Puede este modelo predecir el número de víctimas en cualquier momento del estallido? ¿Se puede extender a otros contextos sociales? ¿Supongamos que el modelo se presenta ante los organismos gubernamentales, crees que este modelo hubiera cobrado un sentido para el gobierno? etc. Otras

preguntas emergieron a medida que se interactuó con los estudiantes. Estas sesiones se registraron en audios y se analizaron con base en las técnicas del análisis de contenido usando los referentes teóricos del estudio; para ello, se buscó evidencia que permitieran dar cuenta de: El uso adecuado de las variables, el uso del modelo o ecuación diferencial, validez de los resultados numéricos obtenidos, restricciones del modelo, tensiones que puede ocasionar modelar la problemática social, interpretación de los datos al pasar los días, consecuencias al afirmar el modelo logístico o algún otro modelo como el más adecuado, discusiones que expresen la causa de los resultados obtenidos y la creación de nuevos modelos más ajustados a la realidad. Este análisis buscó dejar de manifiesto, las acciones tomadas por cada estudiante para lograr generar cuestionamientos que permitieran validar los modelos que describen la problemática del estallido social en Colombia.

## Resultados

En esta sección se organiza para presentar los resultados de cada caso de manera individual con su respectiva descripción y análisis.

### El caso de Carlos

Después de recibir el material y las orientaciones, Carlos analizó los argumentos matemáticos del modelo; para ello, revisó los supuestos y procedimientos matemáticos que se realizaron para obtener la ecuación logística y la constante  $K$  del modelo (*Supuestos y procedimientos – discusión tecnológica*). Luego, usó el algoritmo de Python para obtener datos sobre el número de víctimas en  $n$  días; con ello buscó corroborar si los supuestos usados eran correctos (*procedimientos - discusión tecnológica*). Al respecto Carlos anotó que “[...] el modelo nos sirve bastante como para tener idea de lo que podría llegar a pasar con ciertos casos [...] parece ser que el modelo se acopla bastante a los datos” (*Uso del modelo - Discusión reflexiva*). Carlos atribuye la función logística como “la más adecuada” para este fenómeno, pues no encontró errores en el desarrollo matemático y tecnológico del modelo. Analizó de nuevo el modelo y expresó: “la cuestión es que tenemos muchas variables [...], pero habría que tomar otro tipo de datos porque no tendría sentido comparar abusos de causa policial con muertes y laceración” (*Variables – discusión matemática*). A pesar de esta limitación, Carlos ratificó la función logística dada como adecuada para describir el fenómeno social e hizo uso de las ecuaciones diferenciales y del cálculo integral para validar la parte matemática y tecnológica del modelo (*Conocimientos matemáticos – Discusión matemática; Uso del modelo – Discusión reflexiva*). Luego, Carlos hizo una gráfica usando herramientas del cálculo diferencial (*representaciones – Discusión matemática*). En particular, seccionó por intervalos la función logística para atribuir un tipo de función a cada intervalo (*procedimientos – Discusión matemática*); lo que le permitió otras comprensiones de comportamiento del estallido social (*comprensión del fenómeno – Discusión reflexiva*). A cada gráfica de los intervalos seccionados, les asignó una respectiva interpretación social (*Interpretación en el contexto – Discusión reflexiva*); ello le permitió concluir que “le vería aplicabilidad [al modelo] en ese sentido, en capacitar a los oficiales que van a hacer parte de este escuadrón para evitar que esta gráfica siga en aumento” (*implicaciones del modelo – Discusión Reflexiva*).

Un análisis de este caso permite señalar que, para este futuro profesor de matemáticas, los modelos pueden cumplir funciones descriptivas y prescriptivas con respecto a la situación estudiada, esto se evidencia en el uso que hace del modelo para comprender aspectos críticos durante el estallido social, a la vez que le permite “anticipar” el número de víctimas cuando las condiciones en las que se creó el modelo se conserven. Estas funciones estuvieron soportadas en la coherencia entre el tipo de datos, el correcto uso de procedimientos matemáticos, argumentos e interpretación de gráficas y resultados; en otras palabras, estas *discusiones matemáticas* actuaron como soporte de una coherencia interna del modelo, a partir de las cuales se hizo y se confió en su validez. Carlos se apoyó en la tecnología como una manera de generar visualizaciones, disminuir la carga operatoria y generar interpretaciones; asimismo, confió en el modelo como un indicador/herramienta para comprender de manera más detallada otros factores del estallido social; en este sentido, las discusiones tecnológicas (el uso de herramientas y la matemática como herramienta para la construcción de mejores modelos) atendió a requerimientos claves de la actividad matemática desarrollada. Finalmente, en relación con las discusiones reflexivas, Carlos evidenció que el modelo permite reflexionar sobre los actores del estallido social, identificando la población más vulnerable junto con su localidad. En esta misma línea, manifestó que el modelo permite inferir un abandono por parte del estado para entrar en diálogos que permitieran detener el incremento de la gráfica de afectados. Estos elementos se consideraron clave en las discusiones reflexivas, como medio para dar sentido a los roles que el modelo cumple en el estudio del fenómeno. Llama la atención que, durante el análisis del modelo, Carlos no tuvo en cuenta el uso de la regresión lineal y otros factores fundamentales (supuestos adecuados) que permiten una apropiada estructuración del modelo logístico para aprobar su validez; este hecho puede interpretarse como una consecuencia del poco énfasis que tienen estas temáticas en el currículo de formación de profesores, o, una interpretación alternativa, en que la atención de Carlos estuvo en la coherencia interna del modelo que le permitiera sacar conclusiones sobre el fenómeno social.

### El caso de Cristina

Una vez entregado el material y las orientaciones, Cristina analizó los supuestos realizados para crear el modelo junto con los datos dados (*Supuestos y procedimientos – discusión tecnológica*). Luego, Cristina se realizó la pregunta ¿Qué criterio podría establecer para comparar el modelo lineal con el modelo logístico? de donde se pudo dar cuenta, que el criterio más adecuado es la dispersión que tienen los datos respecto a las gráficas (*conocimientos matemáticos y estadísticos – Discusión matemática*). Al respecto, Cristina observó en la regresión de datos un comportamiento que se mantenía lineal al pasar los días; anotó que “*Allí la más adecuada parece que fuera la lineal, debido a que el tiempo es demasiado pequeño y digamos que los datos están como más condensados*” – Cristina atribuye la función lineal como “*la más adecuada*” para este fenómeno, pues es la función es la que más se ajusta al criterio establecido por ella (*conocimientos matemáticos y estadísticos – Discusión matemática; argumentos pertinencia – Discusión tecnológica*). Con ello, deja en evidencia los errores en el desarrollo matemático y tecnológico que tiene el modelo logístico y argumenta la necesidad de otro modelo. En esta misma línea, Cristina con ayuda del lenguaje de programación R, revisa el desarrollo matemático y tecnológico de la función lineal donde nota que “[...]  $R^2$  es de 91 [se refiere al modelo lineal], lo que podemos decir que el 91% de los casos de violencia que hay puede estar explicado por el modelo que ajustamos de acuerdo con el tiempo, porque es un

*modelo lineal simple [...]” (Recursos y procedimientos – Tecnológica) validando así los procesos matemáticos y tecnológicos del modelo lineal. Cristina hizo uso de los modelos lineales simples para poder analizar la pendiente del modelo (Conocimientos – discusiones matemáticas), logrando hacer una interpretación en la extensión de los datos con la función línea, comprendiendo el estallido social según las variables que estuvieran actuando en el modelo (Implicaciones – Discusiones reflexivas). Esto le permitió a Cristina concluir que en caso de tener un segundo estallido social el modelo “se puede usar para comparar, donde se podría hacer un nuevo modelo con los nuevos datos y comparar si creció o disminuyó, si en el uno hay más violencia que en el otro” (Uso del modelo – Discusiones reflexivas).*

Un análisis de este caso permite colegir que para esta futura profesional, los modelos solo pueden cumplir funciones descriptivas con respecto a la situación estudiada, esto debido a que el modelo logístico solo fue analizado centrado los fundamentos matemáticos para establecer su validez. La no validez del modelo logístico y la reformulación de un nuevo modelo lineal deja en evidencia la importancia de los argumentos matemáticos en la construcción de modelos, lo cual sustenta evidencia sus discusiones matemáticas y tecnológicas. Cristina, se apoyó en diferentes lenguajes de programación, para obtener resultados matemáticos y estadísticos para interpretar y estructurar un modelo lineal adecuado. Finalmente, en relación con las discusiones reflexivas, Cristina logra identificar con su modelo cuál fue la población afectada y más vulnerada. Sobre esto, llama la atención dos aspectos; el primero, las discusiones reflexivas fueron sucintas y con poco alcance, lo cual puede interpretarse como que, la principal preocupación de esta estudiante fue la validez del modelo y poco, sus alcances y usos. En segundo lugar, atribuyó una nueva variable social (Pandemia COVID-19), la cual no se tuvo en cuenta en el estallido social y fue relacionada como una de las posibles causas que impulsaran a los manifestantes a seguirse manifestando en las calles; para ello, esto ofrece un panorama diferente de las posibles problemáticas que pudieron ocasionar el estallido social.

### **Discusión y conclusiones**

Esta investigación analizó las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas de dos estudiantes de programas afines con las matemáticas. Se evidenció que ambos estudiantes tienen maneras diferentes para estructurar e interpretar modelos matemáticos. En esta misma línea, se pudo observar que la formación académica de cada estudiante les permitió identificar usos, limitaciones y alcances de los modelos, sin embargo, no todos ellos estuvieron argumentados.

La caracterización de Interpretación de modelos matemáticos estuvo presente en ambos participantes. En el caso de Carlos, se pudo percibir que este usó el modelo para crear una interpretación propia de este mismo, sin preocuparse por la validez que pudiera tener. La interpretación de Carlos, se dio a partir de intervalos seleccionados por él en el modelo logístico para poder entender los días más críticos del estallido social. En esta misma línea, Cristina tuvo una interpretación diferente, pues se percató de usar un modelo matemático que tuviera una validez y que a su vez resultara confiable para ella. Por esta razón, Cristina se dio a la tarea de construir un nuevo modelo (modelo lineal) para entender la realidad del estallido social de una manera ajustada a la realidad. Las discusiones tecnológicas dadas por cada estudiante, deja en manifiesto la divergencia de recursos y usos de la tecnología (herramientas como las matemáticas, lenguajes de programación, etc.) en el trabajo matemático; así como la diversidad

de herramientas matemáticas usadas para apoyar los resultados, los alcances del modelo y las discusiones reflexivas.

Con respecto a la discusión reflexiva, se evidenció también una divergencia en los dos casos, aunque ambos coincidieron sobre la población más vulnerada y olvidada por el Estado en el estallido social. En la entrevista de Carlos, se evidenció que él atribuyó un tipo de aplicabilidad al modelo desde una perspectiva social; donde, sin importar la validez del modelo, pretendía concientizar a agentes del ESMAD (Escuadrón Móvil Anti Disturbios) en formación por medio de la visualización de la función logística, para evitar el uso de la violencia como primer mecanismo para dispersar una protesta social. La idea de la aplicabilidad del modelo dejó en manifiesto el uso crítico sobre el accionar del estado, ya que Carlos logró evidenciar uno de los factores problemáticos en el estallido social, el cual fue el uso de la violencia en la protesta social como primer mecanismo para poder dispersar esta. Es decir, dicha idea se puede considerar como una posible solución para evitar el uso de la violencia, la cual está dada por medio de la interpretación de fenómenos sociales haciendo uso de modelos matemáticos. Aunque Cristina quiso manifestar una posible aplicación de los modelos, no lo hizo pues reconoció las limitaciones y alcances de los modelos y de los datos sobre los que fueron construidos. A partir de ello, se puede interpretar que Cristina no manifestó seguridad de la aplicabilidad del modelo, debido a que requería más conocimiento sobre la naturaleza de los datos y de otros factores que pueden intervenir en el modelo. Por tal motivo decidió argumentar que no es necesario mostrar la aplicabilidad de un modelo para que agentes del ESMAD hagan bien su trabajo; es decir, que no hagan uso de la violencia como primera instancia. En conclusión, Carlos no se limitó a realizar reflexiones sociales sobre el modelo establecido y priorizó la “confianza” en el modelo para cuestionar el abandono del estado, y otros factores sociales.

El análisis conjunto de estos dos casos permite dar cuenta de que las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas en este fenómeno social están en correspondencia con la formación de cada profesional y no son parte de una cultura o alfabetización matemática generalizada. Esto sugiere la necesidad de reconocer las fortalezas de cada profesión y abogar por el trabajo colaborativo en el estudio de fenómenos sociales; es decir, en el trabajo conjunto con diferentes profesionales, se (re)construyen y validan modelos, se reconocen sus alcances y, en función de ello, se generan las interpretaciones y posibles decisiones sobre el actuar en la sociedad.

### Referencias y bibliografía

- Agostinho, A., & Reis, P. (2021). Contributos educativos de exposições interativas on-line sobre imunidade como prática de ativismo coletivo em contexto de pandemia. *Uni-Pluriversidad*, 21(2), 1–22. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.346064>
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *ZDM - Mathematics Education*, 38(3), 293–301. <https://doi.org/10.1007/BF02652812>
- Christiansen, I. (2001). Critical Evaluation of Models in Relation to the Modelling Process. In J. F. Matos, W. Blum, K. Houston, & S. P. Carreira (Eds.), *Modelling and Mathematics Education* (pp. 391–400). Horwood Publishing.

- Christiansen, I. (1999). Reflexiones críticas sobre modelos matemáticos en la clase: ¿sueño o realidad? *Revista EMA*, 5(1), 29–50.
- Kaiser, G. (2017). The Teaching and Learning of Mathematical Modeling. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 267–291). NCTM.
- Pais, A. (2012). A Critical Approach to Equity. In: Skovsmose, O., Skovsmose, O., Greer, B. (eds) *Opening the Cage. New Directions in Mathematics and Science Education, vol 23*. SensePublishers, Rotterdam. [https://doi.org/10.1007/978-94-6091-808-7\\_3](https://doi.org/10.1007/978-94-6091-808-7_3)
- Pérez, C. (2002). Sobre la metodología cualitativa. *Revista española de salud pública*, 76, 373-380.
- Méndez, A., & Aguilar, M. S. (2022). 4. *Bringing the Debate over Marijuana Legalisation into the Mathematics Classroom*. *Landscapes Of Investigation*, 57.
- Silva, C. da, & Kato, L. A. (2012). Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 817–838.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2005). *Travelling Through Education: Uncertainty, Mathematics, Responsibility*. Sense Publishers
- Skovsmose, O. (2021). Mathematics and crises. *Educ Stud Math* 108, 369–383 <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10037-0>
- Skovsmose, O., & Greer, B. (2012). Opening The Cage? Critical Agency in The Face of Uncertainty. In: Skovsmose, O., & Greer, B. (Eds) *Opening the Cage. New Directions in Mathematics and Science Education, vol 23*. SensePublishers, Rotterdam. [https://doi.org/10.1007/978-94-6091-808-7\\_19](https://doi.org/10.1007/978-94-6091-808-7_19)
- Stake, R. (2013). Estudios de casos cualitativos. N. Denzin e Y. Lincoln (coords.), *Las estrategias de investigación cualitativa* (154-197).