

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

A modelagem matemática e a função do 1º grau na resolução de problemas de razão e proporção

Pedro Mikael Santos **Silva**

Universidade Luterana do Brasil
Brasil

pedromikael2607@gmail.com

Agostinho Iaqchan Ryokiti **Homa**

Universidade Luterana do Brasil
Brasil

iaqchan@hotmail.com

Fabiane Fischer **Figueiredo**

Escola Estadual de Ensino Médio João Habekost
Brasil

fabianefischerfigueiredo@gmail.com

Resumo

Neste trabalho apresentam-se os resultados parciais de uma pesquisa de cunho qualitativo com o objetivo de refletir sobre como ocorre a aprendizagem da modelagem matemática e da função de 1º grau através da resolução de problemas de razão e proporção. Dessa forma, foi aplicada e desenvolvida com 17 alunos do 1º ano do Ensino Médio de um Colégio Estadual de Bento Gonçalves-RS-Brasil. Com isso, o trabalho apresenta uma atividade que aborda a produção de suco de uva, a fim de encontrar um modelo matemático, como parte da solução que se trata de uma função de 1º grau. Os resultados indicam que a Resolução de Problemas associada com a Modelagem Matemática, em um contexto que aborda um tema da realidade do aluno, traz significado ao conhecimento adquirido pelo aluno, no que se refere ao emprego de conhecimentos de razão e proporção para a obtenção da função de 1º grau como modelo matemático.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Resolução de Problemas; Ensino Médio; Matemática.

Introdução

A busca por alternativas para o desenvolvimento de objetos de conhecimento nas aulas de Matemática, de modo que os alunos sejam protagonistas da sua aprendizagem, é uma necessidade da contemporaneidade. Inclusive, os documentos oficiais orientam para o uso de metodologias ativas que elevem o papel do aluno como um indivíduo crítico perante a sua sociedade.

Nesse sentido, conforme D’Ambrósio (2002), é preciso estabelecer uma relação entre a matemática e as tendências atuais. Por isso, entende-se que, ao fazer uso da estratégia da Modelagem Matemática na sala de aula, há a oportunidade de debater sobre os temas de natureza social, cultural, política e econômica. Também, essa é uma estratégia que pode ser introduzida através de problemas, que são “aquilo que não se sabe fazer, mas que está interessado em resolver” (Onuchic, 1999, p. 215).

Ainda, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Médio, existe uma competência específica da área e do componente de Matemática que enfatiza que sejam utilizadas estratégias para “[...] interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos [...]”, levantando situações que tenham um significado real para os estudantes (Brasil, 2018, p. 527). Nessa perspectiva, nota-se a importância de proporcionar uma aprendizagem significativa para os alunos, estabelecendo relações entre o saber e a sociedade a que ele pertence.

Portanto, neste artigo, será apresentado os resultados parciais de uma investigação em nível de Mestrado, de cunho qualitativo, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM)/Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)-Canoas-Rio Grande do Sul (RS)-Brasil (BR), realizada com uma turma de 1º ano do Ensino Médio. Nesses resultados, destaca-se uma atividade que envolve a Resolução de Problemas e Modelagem Matemática para a aprendizagem da função de 1º grau, por meio dos conhecimentos de razão e proporção.

A Modelagem Matemática associada à Resolução de Problemas

Bassanezi é um dos principais autores que discute a Modelagem Matemática. Para o autor (2019), essa seria um processo interativo que busca obter e validar modelos matemáticos para a solução de problemas. Corroborando com essa perspectiva, destaca-se a concepção de Almeida, Silva e Vertuan (2021), que a Modelagem Matemática se objetiva a obtenção de possíveis soluções a um determinado problema utilizando modelos matemáticos. Os autores ainda ressaltam que o modelo matemático é o que dá forma à solução do problema e a Modelagem Matemática, sendo uma atividade que busca por essa solução.

Para iniciar uma atividade com o uso da Modelagem, é conveniente que o professor tenha o apropriado conhecimento sobre a problemática a ser discutida. Nesse sentido, com relação às informações levantadas e as escolhas dos temas, Barbosa (2001) apresenta três casos considerando o nível de participação entre o professor e aluno, que influencia na relação entre eles: no primeiro caso, o professor é responsável pela formulação e construção do problema, apresentando as informações essenciais para a resolução e os alunos ficam incumbidos da resolução do problema; no segundo, o professor apenas apresenta um problema do mundo real e os alunos são responsáveis pela busca das informações para resolvê-lo; e no terceiro, os alunos

têm toda a liberdade para escolher um tema, formular a situação-problema e resolvê-la, sendo que o professor deve propiciar um ambiente instigante, fazendo indagações.

Por isso, optou-se por utilizar as etapas descritas por Biembengut e Hein (2021), que salientam que o trabalho de Modelagem pode ser realizado em três etapas e essas subdivididas, como consta na Figura 1.

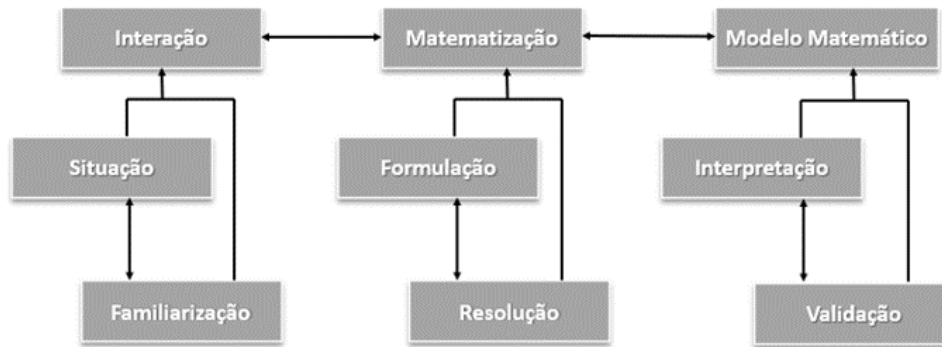


Figura 1. Dinâmica da Modelagem Matemática. (Biembengut & Hein, 2021, p. 15).

Na dinâmica da Modelagem Matemática (Biembengut & Hein, 2021), tem: a *Interação*, em que ocorre a familiarização com a situação-problema, e em que os alunos têm que entender o contexto no qual o problema está inserido e investigá-lo através de pesquisas, até que torne clara a problemática envolvida; a *Matematização* que é a etapa classificada como a mais desafiante, pois nela se levantarão hipóteses formulando o problema, classificando as informações e selecionando variáveis e/ou símbolos, a fim de chegar a uma expressão aritmética, desenvolver uma fórmula, equação ou alguma representação que possibilite a solução, e reúnem-se os achados em busca de uma solução; e o *Modelo Matemático*, em que os alunos devem procurar interpretar o modelo e validá-lo para que, se necessário, possam ser realizados os possíveis ajustes.

Sendo assim, compreende-se que a Modelagem Matemática pode ser associada com a Resolução de Problemas, pois, de acordo com Rignonatto (2015), pode valorizar a realidade do aluno na sala de aula, tornando a aprendizagem significativa. Nessa perspectiva, ressalta-se a concepção de Zequim (2014, p. 11), que reitera que estará “ensinando-os a buscarem respostas às questões advindas do cotidiano e a construírem seus próprios conhecimentos, ao invés de apenas, esperar deles, respostas aos exercícios rotineiros e desconexos de suas realidades”.

Além disso, o uso da metodologia ativa de Resolução de Problemas contribui progressivamente para o desenvolvimento de um indivíduo ativo na construção da sua aprendizagem. Nesse viés, está em conformidade com o que preconiza Moran (2018, p. 4), de que as metodologias ativas “dão ênfase ao papel do aluno, ao seu desenvolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor”.

Em vista disso, é possível observar que tanto na Modelagem Matemática quanto na Resolução de Problemas, o aluno possui um papel ativo, em que o seu senso crítico e reflexivo

pode ser desenvolvido, e o professor tem a possibilidade de exercer o papel de mediador, instigador e de orientador do processo de resolução. É nesse contexto que a atividade de resolução de problemas pode ocasionar a elaboração de modelos matemáticos, visto que o aluno pode estudar um tema relevante e aprender e aprimorar os conhecimentos matemáticos envolvidos ao executar o processo de resolução.

Metodologia

Os resultados aqui expostos são provenientes de uma investigação de cunho qualitativo, em andamento, que procura alcançar, por meio de seus processos investigativos, as notoriedades de cunho social e educativo (Esteban, 2010). O objetivo deste artigo é refletir sobre como ocorre a aprendizagem da modelagem matemática da função de 1º grau por meio da resolução de problemas de razão e proporção.

Os sujeitos da investigação foram 17 alunos de um 1º ano do Ensino Médio de um Colégio Estadual da cidade de Bento Gonçalves-RS-BR, que é uma cidade que tem como uma das principais atividades econômicas o cultivo e a produção de suco de uva e seus derivados. O procedimento de aplicação deu-se através das seguintes fases, que auxiliaram na análise e discussão dos dados coletados: entrega e discussão do problema proposto; divisão da sala em grupos; iniciação aos processos de resolução; apresentação dos resultados para toda a turma; validação do modelo através de aplicação e discussão.

Na coleta de dados foram realizadas gravações de áudio e vídeo dos encontros, mas os resultados, que neste artigo são apresentados, são provenientes de observações realizadas pelo pesquisador e da análise das produções escritas dos alunos. Nesses são destacadas a resolução de um problema que aborda o tema produção de suco de uva, para a ocorrência da Modelagem Matemática de uma função do 1º grau utilizando os conhecimentos de razão e proporção.

A reflexão sobre os resultados

Na fase da aplicação da entrega e discussão do problema proposto, decidiu-se abordar o tema escolhido, por meio da questão: “Quais são os gastos para produzir o suco de uva?”. Essa questão e a discussão, na tentativa de respondê-la, se deram na etapa de *Interação* da Modelagem Matemática (Biembengut & Hein, 2021). Um dos alunos contou a sua experiência com a produção de suco de uva e os processos de engarrafamento, o que instigou que outros relatassem que já haviam visitado algumas fábricas na cidade e houve aqueles que citaram a visita de parreirais. Verificou-se que, nesse momento, ocorreu a subetapa de *familiarização*, com o tema proposto, o que contribuiu para que eles continuassem participando ativamente da atividade de resolução.

Porém, a subetapa de *familiarização* da Modelagem Matemática (Biembengut & Hein, 2021) também se relaciona com a *situação* e, para isso, o professor iniciou a leitura de informações (Figura 2), nas quais os alunos deveriam grifar as que julgassem serem as necessárias para os próximos passos da resolução, pois estavam em uma receita para a produção de 1 litro de suco de uva, e os valores dos ingredientes foram pesquisados em supermercados da cidade.



Figura 2. Imagem da Receita e dos valores dos ingredientes presentes na atividade. A pesquisa.

Para continuar a investigação e o processo de resolução, ocorreu a divisão da sala em grupos, quando notou-se que os alunos se reuniram por critério de afinidade para prosseguir e pesquisar. Encontraram o gasto com ingredientes para produzir um litro de suco de uva, iniciando a etapa de *Matematização* (Biembengut & Hein, 2021). Mediante a investigação, os alunos observaram que na receita só iriam três colheres de açúcar, porém no supermercado só vendem em embalagens de 1 kg, 2 kg ou 5 kg. Na atividade foi utilizado o valor de 2 kg de açúcar, para o que foi preciso uma pesquisa na Internet. Para encontrar quantos gramas possuía uma colher de sopa de açúcar, decidiram utilizar a regra de três simples para realizar as transformações de grandezas e medidas. Encontraram depois o valor de R\$ 0,17 para três colheres de açúcar. Com a informação de quantos mililitros de líquido produzia 1 kg de uva, foram realizados os cálculos usando novamente a regra de três na determinação de quantos quilogramas de uva eram necessários para a produção de 1 litro de suco.

Para determinar a solução pelo método da razão e proporção e encontrar o modelo matemático de uma função do 1º grau, surgiu a sub-etape de *formulação* (Biembengut & Hein, 2021), em que o professor orientou que realizassem vários cálculos, com diferentes volumes de produção de suco, que levassem em conta a quantidades de açúcar e os quilogramas de uva. Após realizarem repetidamente os cálculos, os alunos encontraram que seriam gastos R\$ 16,011 com ingredientes para cada litro de suco, identificando assim o coeficiente angular da função que modelaria a situação.

Para dar continuação na atividade, foi adicionada, pelo professor, a informação de que uma personagem, a “Gabriela pretendia fabricar suco de uva para comercializar, e decidiu considerar os valores médios de gastos, com o consumo de gás, água e energia elétrica mensais, em tal produção”. Desse modo, foi disponibilizada uma tabela, com o valor do gás, da água e da energia elétrica, juntamente com a pergunta: “Dessa forma, como Gabriela calculará o valor gasto mensalmente para produção de suco de uva? Encontre um modelo matemático considerando as informações da atividade”.

Ainda, nessa etapa de *formulação* (Biembengut & Hein, 2021), os alunos foram instigados a organizar os valores principais encontrados na resolução. Os grupos levantaram que existe um valor fixo que sempre seria gasto por mês para a produção do suco. Outro dado relevante apontado foi o valor da soma de cada ingrediente presente na receita, e os alunos notaram que o valor total de ingredientes iria variar de acordo com a quantidade de litros que se pretendia produzir. Concluíram o raciocínio de que existe uma variável dependente da quantidade de litros a se produzir relacionado ao valor dos ingredientes e um outro valor fixo relacionado aos gastos de produção. Ainda foram instigados pelo professor de como poderiam organizar esse pensamento por meio de uma fórmula, o modelo matemático, para relacionar os valores fixos e variáveis, quando se notou que uma função representaria o pensamento para se obter o modelo matemático.

Após as discussões, na subetapa *resolução*, os alunos encontram a função:

$$f(x) = 16,011x + 160$$

Na etapa de *Modelo Matemático* (Biembengut & Hein, 2021), após encontrado um modelo matemático como uma função do 1º grau, se deu a subetapa de *interpretação*, em que os alunos foram orientados para elaborar um relatório explicando o uso desse modelo. Também, sob a mediação do professor, utilizaram o *software GeoGebra*, em *tablets* disponibilizados pelo professor, para construir graficamente a função encontrada, para analisar a representação do modelo, como pode ser verificado no recorte de uma das gravações, que seria do diálogo do aluno A1:

“[...] 16,011 é o valor que ela gasta por litro de suco, o x equivale a quantidade de litros feito, ele varia de acordo com os pedidos, por isso é x , o 160 é o valor que ela gasta mensalmente, esse valor é fixo, ele não muda. Multiplica o valor gasto por litro pela quantidade de litros, depois pega o resultado e soma com 160”. (Da pesquisa dos Autores)

Na fase de apresentação dos resultados para toda a turma e de validação do modelo através de aplicação e discussão, ocorreu a sub-etapa de *validação*, porque os grupos trocaram ideias entre si e com o professor, de forma oral, quando puderam reconhecer os resultados obtidos pela regra de três e ao utilizar no modelo da função os dados das encomendas propostas na imagem fornecida na atividade. Isso os levou a concluir que o modelo estava adequado e não seria necessário fazer nenhuma outra adequação.

Diante do exposto, considera-se que a atividade promoveu a aprendizagem significativa, pois instigou aos alunos a participarem ativamente do processo, participando e refletindo (Moran, 2018).

Considerações Finais

Os resultados apresentados indicam que a Resolução de Problemas, quando associada com a Modelagem Matemática em um contexto que aborda um tema de realidade do aluno traz significado ao conhecimento matemático produzido, no que se refere ao estudo da função de 1º grau. Através da atividade aplicada, em fases, foi possível identificar que os alunos buscaram compreender o tema, fazer cálculos envolvendo a razão e proporção e enfatizar as variáveis dependentes e independentes na elaboração do modelo matemático. A obtenção da função de 1º grau e a sua representação em *software*, como o *GeoGebra*, favoreceu a visualização e o entendimento de que a função encontrada minimiza a quantidade de operações matemáticas a serem realizadas, para encontrar o resultado.

Além disso, a aplicação da atividade contribuiu para a interação, o protagonismo e o cooperativismo durante o processo de ensino e aprendizagem, já que tornou a sala de aula um lugar prazeroso e instigante para dar o devido significado ao conhecimento matemático (Biembengut & Hein, 2021). Diante disso, foi observado que, quando os objetos do conhecimento são trabalhados por meio de um tema de interesse dos alunos, o processo se torna mais satisfatório, tornando a sua aprendizagem significativa.

Desse modo, os resultados indicam que atividades de Resolução de Problemas, que abordam temas relevantes, conforme as etapas da Modelagem Matemática, podem ocasionar o desenvolvimento do pensamento matemático acerca de função, a partir de cálculos de razão e proporção.

Por mais que essas práticas sejam pouco exploradas em sala de aula, através deste trabalho, espera-se contribuir de forma positiva e despertar outros professores da área para a necessidade da aplicabilidade de atividades que desenvolvam o protagonismo do aluno, que podem ser desenvolvidas atividades que fazem referência ao cotidiano ou a realidade em que o aluno esteja inserido.

Referências e bibliografia

- Almeida, L. M. W., Silva, K. A. P., & Vertuan, R. E. (2021). *Modelagem Matemática na educação básica*. 1.ed., 2. reimpressão. São Paulo: Contexto.
- Barbosa, J. C. (2001). *Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico*. Reunião anual da ANPED, 24(7), 1-15.
- Bassanezi, R. C. (2019) *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 4.ed., 2.reimpressão. São Paulo: Contexto.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2021) *Modelagem matemática no ensino*. 5.ed.,5.reimpressão. São Paulo: Contexto.
- Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação.
- D'Ambrósio, U. (2002). *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade*. Autêntica.
- Esteban, M. P. S. (2010). *Pesquisas qualitativa em educação: fundamentos e tradições*. Porto Alegre: AMGH.
- Moran, J. (2018). *Metodologias ativas: para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso, 02-25.
- Onuchic, L. de la R. (1999). Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: Editora UNESP, 199-220.
- Rigonatto, M. (2015). *Modelagem Matemática no Processo de Ensino e Aprendizagem*. <https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/modelagem-matematica-no-processo-ensino-aprendizagem.htm>.
- Zequim, K. C. (2014). *A resolução de problemas, a modelagem matemática e desenvolvimento de habilidades matemáticas em alunos do 7º ano do ensino fundamental*. Dissertação (Ensino de Ciências Exatas) Universidade Federal de São Carlos.