

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

La Calculadora en Educación Primaria. Una propuesta de enseñanza más allá de los algoritmos

Hilbert **Blanco-Álvarez**

Universidad de Nariño

Colombia

hilbla@udenar.edu.co

Edinsson **Fernández-Mosquera**

Universidad del Valle – Universidad de Nariño

Colombia

edinfer@udenar.edu.co

María-Fernanda **Mejía-Palomino**

Universidad del Valle

Colombia

maria.fernanda.mejia@correounivalle.edu.co

Resumen

El objetivo es reflexionar sobre el uso de la calculadora en el aula de educación primaria (estudiantes entre los 9 y 11 años). La tesis es que el problema de usar la calculadora, en primaria, no está en la calculadora misma sino en las actividades que se proponen con ella. Para argumentar esta tesis presentaremos una experiencia de formación de maestros de matemáticas en Colombia, algunos referentes teóricos como la génesis instrumental y una actividad promotora de competencias matemáticas. Finalmente, concluimos que es necesario invitar a los maestros al diseño de actividades para el aula, teniendo en cuenta el nivel de complejidad de la actividad, el tipo de cálculo a realizar y la resolución de problemas.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación primaria; Calculadora; Pensamiento numérico; Actividades; Génesis Instrumental; Colombia.

Las calculadoras en las clases de matemáticas vistas por maestros en ejercicio de educación primaria que enseñan matemáticas en Colombia

La integración de las calculadoras elementales o de bolsillo, en las clases de matemáticas en primaria, ha sido un tema bastante discutido a nivel internacional en el campo de las

Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Educación Matemática (Castiblanco et al., 1999; Cedillo, 2006; Del Puerto & Minnaard, 2002; Kutzler, 2000; Ministerio de Educación Nacional, 2006; Udina, 1989), señalando que el uso de la calculadora en el aula de primaria, generalmente, se ha visto de una forma negativa.

En el ámbito nacional, en el marco de un programa de formación de maestros en ejercicio de la Educación Básica Primaria (niños entre los 6 y 12 años) en Colombia, al preguntarle a los maestros si dejarían a los niños utilizar la calculadora en el aula, la respuesta mayoritaria fue que no. Un profesor, con más de 20 años de experiencia, se levantó airadamente y dijo: “Yo nunca dejo que mis estudiantes saquen la calculadora. Les tengo prohibido, porque sino, no aprenderán a sumar, no aprenderán las tablas de multiplicar, ni a dividir por tres o más cifras (Profesor 1)”

Los demás colegas coincidían con esta postura del Profesor 1. Luego les preguntamos: ¿si permitieran el uso de la calculadora en el aula, qué actividades plantearían a los estudiantes? A lo que respondieron: sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con varias cifras.

Rápidamente pudimos observar que los profesores estaban preocupados por el aprendizaje de los algoritmos de las operaciones básicas, y su postura hacia la calculadora es que ésta no permitirá afianzar dichos algoritmos en los estudiantes. La calculadora es vista como un resolutor de operaciones que no permitirá memorizar a los niños los algoritmos de las cuatro operaciones básicas, y por supuesto, las tablas de multiplicar. Además, todos coinciden en que el uso de la calculadora no es bien visto por los padres de familia, por las mismas razones que exponen los profesores.

Desde esta mirada, se piensa que la calculadora es sólo para realizar algoritmos, ya sea para corroborar los resultados de las operaciones realizadas a lápiz y papel o cálculo mental o para resolver operaciones que pueden ser difíciles por estos métodos. Al respecto, desde hace más de dos décadas, ya se venía advirtiendo esta problemática en las aulas de matemáticas, en Colombia:

Por desgracia, en la mayoría de colegios y escuelas de nuestro país se ignora este hecho y se sigue enseñando a los niños la mecánica de las cuatro operaciones resueltas sobre papel y lápiz según los algoritmos clásicos. Muchos profesores aún centran la enseñanza elemental en multitud de ejercicios de cálculo mecánico (Castiblanco et al., 1999).

Por ejemplo, Del Puerto y Minnaard (2002) considera que las calculadoras elementales se deben usar como un recurso que apoya la comprensión de las técnicas tradicionales (como las de lápiz y papel) que nos permiten realizar todas las operaciones con mayor facilidad y velocidad. En relación a lo anterior, Kutzler (2000) presenta una analogía entre el uso de la calculadora y los desplazamientos que una persona realiza en su vida cotidiana, que se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1
Movimiento vs Maneras de calcular un algoritmo

Movimiento	Método para realizar un algoritmo
Caminar	Cálculo mental
Ir en bicicleta	Cálculo de papel y lápiz
Conducir carro	Cálculo con calculadora
Usar silla de ruedas	Cálculo con calculadora, que permite compensar una debilidad

Fuente: elaboración propia.

Por lo general, usted decide caminar cuando los desplazamientos son cortos, en este sentido hay operaciones que son adecuadas a realizar por cálculo mental porque son simples, por ende, las operaciones más complejas o que tomen más tiempo se podrían realizar en lápiz y papel o calculadora. Sin embargo, algunos deciden usar la calculadora para operaciones como 7 por 9, de la misma manera que alguien decide ir en carro a un lugar a 250 metros de su casa, en ambos casos existe un uso inadecuado de la tecnología. En este caso, la calculadora inhibiría el desarrollo del cálculo mental, así como el uso del carro inhibiría el uso de la musculatura. Por lo cual, Kutzler (2000) menciona que, para evitar estos usos inadecuados de los artefactos, se debe generar consciencia de la importancia del ejercicio físico para la salud, así como el ejercicio intelectual para desarrollo de las competencias matemáticas.

En relación con lo anterior, el uso de la calculadora también requiere del reconocimiento de un valor estimado de las operaciones, en ocasiones los resultados de la calculadora no son los correctos, dado que al teclear a veces omitimos dígitos en las cifras o se oprimen teclas que no corresponden a las operaciones, generándose que el resultado no sea el correcto. Darse cuenta del error, conlleva a que el usuario de la calculadora tenga en mente un valor estimado o interprete el resultado en relación al contexto.

Ampliando el panorama de las posibilidades de cálculo aritmético de Kutzler (2000), Gómez (2008) menciona que el cálculo que se realiza en la mente puede ser exacto, estimado o aproximado. El cálculo exacto se conoce como cálculo mental, el cálculo estimado es aquel en donde se recurre al redondeo de las cifras (valores acabados en cero) y el cálculo aproximado corresponde a los datos que se obtienen por medición, que puede tener un margen de error en relación con el instrumento de medida. Respecto a las formas de cálculo aritmético, además de los mencionados, resalta otros con la ayuda de materiales o recursos didácticos como el ábaco.

Por otra parte, Mejía-Palomino (2011) considera que el usuario de las calculadoras requiere conocer las técnicas de lápiz y papel para comprender los resultados de la calculadora, dado que el uso de calculadora no es un tecleo sin sentido. De allí que se puedan plantear actividades matemáticas que complementen el uso de las técnicas de lápiz y papel y las técnicas de las calculadoras, en donde se fortalecen ambas técnicas. Por ejemplo, los estudiantes de primaria pueden hallar las reglas de cálculo aritmético de lápiz y papel por generalización, a partir del análisis de los resultados obtenidos en calculadora de diferentes casos particulares; es decir, pueden determinar lo común y obtener la regla. Además, conocer la sintaxis de la escritura en papel, los prepara para el reconocimiento de la sintaxis de la calculadora, aunque también es importante reconocer sus diferencias.

La calculadora, mucho más que un artefacto

Desde la postura de Trouche (2005), la calculadora como artefacto, puede convertirse en un instrumento, en la medida que el estudiante construye conocimiento matemático a partir de su actividad. Este proceso denominado génesis instrumental, considera dos momentos: la instrumentalización y la instrumentación.

El proceso de instrumentalización está dirigido hacia el artefacto como: selección, agrupación, descubrimiento, producción e institución de funciones, usos desviados, atribución de propiedades, personalización, transformaciones del artefacto, de su estructura, de su funcionamiento. El proceso de instrumentación está relacionado con el sujeto, en donde se da la emergencia y la evolución de los esquemas de utilización: su constitución, su evolución por acomodación, coordinación, y asimilación recíproca, la asimilación de artefactos nuevos a los esquemas ya constituidos (Rabardel, 2011).

En relación con lo anterior, la instrumentalización se centra en el uso del artefacto, en este momento el sujeto aprende o reconoce sus utilidades y puede crear nuevos usos. En el caso de la calculadora, es importante reconocer la sintaxis de entrada, que en ocasiones es diferente a la de lápiz y papel.

Cuando se produce la instrumentación, el sujeto ha construido o evolucionado esquemas de utilización. Un esquema se considera como una organización invariante de la conducta humana para una clase de situaciones dadas (Vergnaud, 1990). En este momento, la calculadora puede usarse eficientemente en el desarrollo de las tareas propuestas para construir conocimiento matemático, porque se ha construido el instrumento que es la combinación del artefacto y los esquemas de utilización, en otras palabras se ha desarrollado tanto los aspectos técnicos y conceptuales matemáticos involucrados en el desarrollo de las tareas con el uso del artefacto (Cedillo, 2006).

Por otra parte, la calculadora y las actividades que se proponen con ella, se constituyen en recursos pedagógicos. Para Maschietto y Trouche (2010) un recurso pedagógico es un término que indica una diversidad de cosas: desde un problema matemático, hasta un libro de texto, pasando por un software, una hoja de trabajo del estudiante, hasta una discusión académica con un colega. En este sentido, estos mismos autores consideran un recurso pedagógico como un artefacto, que se convierte, a lo largo de un proceso complejo de apropiación, en un instrumento para un profesor cuando éste lo utiliza. Este proceso denominado génesis documental (Maschietto & Trouche, 2010), que es una génesis instrumental centrada en el docente cuando diseña actividades para sus estudiantes, en donde el recurso es el artefacto y el instrumento es el documento.

A partir de estas ideas, Pabón, Arce, Vega y Garzón (2011), proponen una reflexión interdisciplinaria sobre el desarrollo de recursos pedagógicos (Garzón et al., 2013) para el docente y se reconoce que una vez éstos estén dentro de una comunidad de práctica, se debe dar tiempo a los profesores, para que logren un clima de confianza que permita la adhesión de otros actores.

Actividades para el uso de la calculadora en la Educación Primaria

Las actividades fueron diseñadas al interior del Laboratorio de Matemáticas del Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, Cali, Colombia. El equipo de profesores fue dirigido y gestado por el profesor Jorge H. Arce Chaves (2004) y que luego continuó desarrollando sus colegas: Octavio A. Pabón Ramírez (Q.E.P.D.), Diego Garzón Castro y Edinsson Fernández Mosquera. Para más detalles del uso de estos recursos pedagógicos dentro del Laboratorio de Matemáticas, recomendamos revisar los documentos de Pabón et al. (2011) y Garzón et al. (2013). Los principales diseñadores de las actividades de la mesa de Mesa de Nuevas Tecnologías de dicho Laboratorio fueron los Profesores Pabón, Garzón y Fernández.

Estos últimos investigadores tomaron como principio básico, para el diseño de actividades con calculadora, investigaciones previas en educación matemática. Por ejemplo, realizaron adaptaciones de las actividades matemáticas de Udina (1989) y de Álvarez-Álvarez (1995). El propósito que se buscaba era que las actividades pudiesen evolucionar o constituirse en todo un reto para los estudiantes o cualquier usuario del laboratorio, en las cuales las personas se encontraran con actividades atractivas, no convencionales y verdaderos problemas matemáticos.

La experiencia donde se probó estas actividades fue en el marco del Laboratorio de Matemáticas de la Institución Educativa Normal Superior Farallones de Cali para formar futuros docentes de primaria y también se llevó a cabo experimentaciones con los estudiantes, futuros profesores de matemáticas del Programa de Formación en Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Valle, en Cali, en el Laboratorio de Matemáticas del Área de Educación Matemática de la misma Universidad.

Las expectativas siempre fueron que cualquier usuario de la mesa de nuevas tecnologías, al tomar una ficha de trabajo, se le proporcionaría el material necesario para que pudiese sentarse en la mesa y pensar con la calculadora y resolver el problema matemático planteado por sus propios medios.

A grandes rasgos, el Laboratorio de Matemáticas (Arce, 2004) de la Universidad del Valle, se configura en unidades académicas denominadas mesas, en las cuales se disponen de diversos recursos pedagógicos para que los usuarios enfrenten los retos y problemas. Tal y como lo afirmaron Pabón et al. (2011), los participantes deben asumir y familiarizarse con las fichas (actividades matemáticas) y con las calculadoras como recursos pedagógicos, que hacen parte de la mesa de Nuevas Tecnologías del Laboratorio de Matemáticas.

Las fichas están distribuidas en las mesas del Laboratorio de Matemáticas, tienen un diseño sencillo y práctico que permite su organización y manipulación tanto física como digitalmente. Cada ficha ha sido estudiada, previamente, por un grupo de profesores expertos y asesores del Laboratorio.

En esta última sección, nuestro objetivo es plantearles a los profesores, que enseñan matemáticas en primaria, ejemplos de actividades organizadas en fichas, que propenden por el

desarrollo de diferentes procesos matemáticos, más allá de fomentar procesos algorítmicos o procedimentales básicos de la aritmética.

Desde nuestro punto de vista, el problema no es si los niños usan o no la calculadora en el aula. El problema radica en el tipo de actividad que propone el maestro. Por ejemplo, una actividad a la que no le encontramos sentido es: utiliza la calculadora para calcular la división de 3456930 por 7394. La mayor exigencia cognitiva que tiene esta actividad es reconocer los números, el símbolo división y el símbolo igual en el teclado de la calculadora. Es una actividad de reconocimiento del uso de la calculadora que no amplía los conocimientos matemáticos que ya poseen los estudiantes.

En lo que sigue, por cuestiones de espacio, solo se presenta una ficha de la Mesa de Nuevas Tecnologías, con actividades propuestas para resolver con el uso de la calculadora aritmética, seguido del objetivo de la actividad, el grado de escolaridad, el tipo de pensamiento matemático movilizado en la actividad planteada y las competencias matemáticas a la luz de los Estándares básicos de competencias en matemáticas del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2006).

Actividad: Las teclas prohibidas

LAS TECLAS PROHIBIDAS	
Aritmética	
Pon en la pantalla de tu calculadora el número 312. Parece fácil, pero para hacerlo puedes utilizar cualquier tecla, excepto las teclas correspondientes a los números 1, 2 y 3.	

Objetivo: Jugar con las operaciones aritméticas básicas y adquirir estrategias de estimación

Unas preguntas que resultan interesantes explorar con los niños son: a) ¿cuál es la peor estrategia de solución? ¿Cuál es la mejor estrategia?

Objetivo: Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Grado de escolaridad: De cuarto a quinto grado de primaria (niños entre los 9 y 11 años)

Tipo de Pensamiento matemático movilizado: Pensamiento Numérico.

Competencias matemáticas:

- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.

Reflexiones finales

Para concluir queremos extender una invitación a profesores en ejercicio de la educación básica primaria, a diseñar y ejecutar actividades con calculadora. Tal y como recomienda Kutzler (2000), dependiendo del nivel de complejidad de la actividad, así mismo se debe de escoger el tipo de cálculo, por lo cual, las actividades para realizar en el ambiente de lápiz y papel no son las mismas a realizar con calculadora.

Por otra parte, es necesario tener en cuenta que, al introducir un nuevo artefacto al proceso de enseñanza, el profesor debe reconocer que se da un proceso de génesis instrumental. De allí que, en el proceso de instrumentalización, se centre en el uso del artefacto, para luego propiciar la construcción o evolución de esquemas de utilización. En el proceso de instrumentación, el estudiante al desarrollar las actividades construye su propio conocimiento matemático. De esta manera, se asume que el uso de la calculadora no es una cuestión de teclear sin sentido, pues existen unos conocimientos matemáticos requeridos para interpretar sus respuestas y para entender su sintaxis de entrada.

De acuerdo con la postura de Gómez (2008), es importante generar experiencias matemáticas que desarrollen los diferentes tipos de cálculo y siguiendo a Mejía-Palomino (2011) se pueden crear actividades que conjuguen diferentes artefactos, en este caso, el uso de la calculadora puede conllevar al mejoramiento de las técnicas de lápiz y papel y calculadora, porque se puede generar su complementariedad en desarrollo de las actividades.

Finalmente, las fichas del Laboratorio de Matemáticas de la mesa de Nuevas Tecnologías suministran un modelo para diseñar actividades matemáticas, que se va enriqueciendo con los resultados de experimentación. Una de las características de las actividades es que son sencillas, son preguntas claras que se amplían con gráficos o tablas y que de alguna manera se han validado a través de discusiones didácticas entre un grupo de profesores de matemáticas en ejercicio o en formación. De allí que sea necesario la organización de comunidades de profesores, en donde se generen espacios para compartir experiencias y validar sus propios diseños.

Referencias y bibliografía

- Álvarez Álvarez, A. (1995). *Uso de la calculadora en el aula*. Narcea Ediciones .
- Arce, J. (2004). *El Laboratorio de Matemáticas en la Escuela Normal Superior Farallones de Cali*. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Castiblanco, A. C., Camargo, L., Villarraga, M. & Obando, G. (1999). *Nuevas tecnologías y currículo de Matemáticas: apoyo a los lineamientos curriculares* (A. C. Castiblanco (ed.)). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Cedillo, T. (2006). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Los sistemas algebraicos computarizados. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, RMIE*, 11(28), 129–153.
- Del Puerto, S. & Minnaard, C. (2002). La calculadora como recurso didáctico. In C. Barceló (Ed.), *Homenatge al professor Lluís Santaló i Sors* (pp. 166–175). Universidad de Girona. España.

- Garzón, D., Pabón, O. & Vega, M. (2013). Recursos pedagógicos y gestión didáctica del profesor de matemáticas. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe, I CEMACYC. Santo Domingo, República Dominicana. 6 Al 8 de Noviembre de 2013.*, 1–12.
- Gómez, B. (2008). El cálculo flexible. In C. Luque (Ed.), *Memorias XVIII Encuentro de Geometría y VI encuentro de Aritmética* (pp. 1–9). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Kutzler, B. (2000). The Algebraic Calculator as a Pedagogical Tool for Teaching Mathematics. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7(1), 5–23.
- Maschietto, M. & Trouche, L. (2010). Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: The productive notion of mathematics laboratories. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik, International Journal on Mathematics Education*, 42(1), 33–47. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0215-3>
- Mejía-Palomino, M. F. (2011). *La factorización de polinomios de una variable real en un ambiente de lápiz/papel (L/P) y álgebra computacional*. Universidad del Valle.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. In *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Imprenta Nacional de Colombia.
- Pabón, O.; Arce, J.; Vega, M.; Garzón, D. (2011). El Laboratorio de Matemáticas: una estrategia de producción y uso de recursos pedagógicos en la clase de matemáticas. In 1. Comité Interamericano de Educación Matemática (Ed.), *Memorias de XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, XIII CIAEM 2011, 26 al 30 de Junio de 2011. Comité Interamericano de Educación Matemática*.
- Rabardel, P. (2011). *Los hombres y las Tecnologías. Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos* (M. Acosta (trans.)). Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander.
- Trouche, L. (2005). An Instrumental Approach to Mathematics Learning in Symbolic Calculator Environments. In D. Guin, K. Ruthven & L. Trouche (Eds.), *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators: Turning a Computational Device into a Mathematical Instrument* (pp. 137–162). New York, US: Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-23435-7_7
- Udina, F. (1989). *Aritmética y Calculadoras. Colección Matemática, Cultura y Aprendizaje*. Madrid, España: Síntesis.
- Vergnaud, G. (1990). La Teoría de los Campos Conceptuales. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 10(2, 3), 133–170.