

XVI CIAEM 

Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education

 UNIVERSIDAD DE LIMA

Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

O estudo do movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos: implicações para a formação de professores

Maria do Carmo de **Sousa**
Universidade Federal de São Carlos
Brasil

mcsousa@ufscar.br

Marisa da Silva **Dias**
Universidade Estadual Paulista
Brasil

marisa.dias@unesp.br

Maria Lúcia **Panossian**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Brasil

mlpanossian@utfpr.edu.br

Wania **Tedeschi**
Universidade Federal de São Carlos
Brasil

wtedeschi@ufscar.br

Resumo

Esta comunicação tem como objetivo apresentar apontamentos de estudos teóricos sobre o movimento lógico-histórico de conceitos matemáticos e suas implicações para a formação de professores. É parte integrante de uma pesquisa qualitativa, caracterizada como teórica e que está em andamento. Envolve a participação de pesquisadores de instituições de ensino superior públicas, bem como, pós-graduandos, licenciandos e professores da Educação Básica que participam de grupos de pesquisas. Os resultados até o momento alcançados nos levam a reconhecer a necessidade de articulação entre processos de ensino, pesquisa e extensão para a formação inicial e continuada de professores que discutam a organização do ensino considerando o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Movimento Lógico-Histórico; História da Matemática; Nexos Conceituais; Rede Compartilhada de Pesquisadores; Conceitos Matemáticos; Historiografias; Teoria Histórico-Cultural.

Introdução

Uma das ações do professor em seu processo de ensino é identificar que conhecimento será ensinado. A determinação deste conhecimento muitas vezes é estabelecida a partir das recomendações curriculares, ou pela presença deste conhecimento apresentado como conteúdo de ensino nos materiais didáticos. Este conhecimento é apresentado pelos professores considerando que a matemática é fruto da necessidade de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, uma vez que reflete o conhecimento científico sistematizado na experiência humana.

Neste sentido pode-se considerar que o estudo da história da matemática é elemento fundamental na formação do professor, para a compreensão sobre a constituição do conhecimento matemático, a partir de suas necessidades e de forma que estas possam ser consideradas no processo de ensino.

Esta comunicação apresenta um recorte da pesquisa em andamento, intitulada “A História da Matemática na formação de professores da Educação”, a qual conta com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). As temáticas envolvem o estudo da relação entre o movimento lógico-histórico (Rosental, Straks, 1960) e as historiografias da Matemática, bem como, o planejamento e desenvolvimento de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) no desenvolvimento de Atividades de Ensino (AE); a análise de uma forma mais geral de organização do ensino de Matemática, denominada de Atividade Orientadora de Ensino (AOE) (Moura et al, 2010) e a configuração do movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática.

Dessa forma, uma das ações relacionadas à pesquisa foi a criação de um programa intitulado “História da Matemática e formação de professores em rede”, o qual envolve a participação de pesquisadores do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) e de quatro universidades públicas: Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Universidade Federal de Jataí (UFJ), Universidade Estadual Paulista (UNESP) e Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), bem como, pós-graduandos, licenciandos e professores da Educação Básica que participam de grupos de pesquisas dessas universidades. O objetivo é configurar uma rede compartilhada de pesquisadores que atuam na formação de professores e desenvolvam estudos teóricos sobre historiografias da Matemática para criar Situações Desencadeadoras de Aprendizagem de Matemática para a Educação Básica e Ensino Superior, na perspectiva da História da Matemática. Nesse contexto, o objeto de estudo é o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos. Pressupõe-se que, ao participarem da rede, graduandos, pós-graduandos e professores podem construir espaços coletivos de formação que promovam a compreensão das relações existentes na unidade dialética teoria e prática.

A compreensão sobre movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos

O desenvolvimento do pensar matemático pode ser explicado a partir de diversos pontos de vista, ou seja, a partir de diferentes historiografias, o que nos leva a questionar as verdades matemáticas. A partir do estudo das versões historiográficas sobre a Matemática se revela que

relações quantitativas e formas espaciais estão relacionadas às exigências da técnica e das ciências naturais. Inúmeros exemplos podem mostrar que as supostas verdades matemáticas não foram construídas num processo harmonioso de desenvolvimento contínuo e gradual. O desenvolvimento da História da Matemática se dá por meio de uma luta “enfurecida do novo contra o velho”, em que a “luta se revela particularmente forte quando o novo irresistivelmente vence, apesar dos fracassos”, incluindo-se “a morte dos criadores da ciência” (Ríbnikov, 1987, p.15). Conhecer a história do desenvolvimento da Matemática nos permite conhecer seu objeto, bem como “compreender o lugar dessa ciência na atividade produtiva e social dos homens” (Ríbnikov, 1987, p. 12).

A prática nos ensina que toda ordem lógica de qualquer ciência, sua estrutura, interrelação e inclusive a existência de ramos independentes não constituem algo imutável. Elas são fruto do desenvolvimento histórico. O desenvolvimento histórico das idéias sobre uma ciência não é outra coisa que o reflexo do processo histórico em forma conseqüente, abstrata e teórica (Ríbnikov, 1987, p. 18).

Se, desejamos estudar com certa profundidade os métodos e as abstrações do pensamento que envolvem o sistema de numeração decimal, por exemplo, construído de forma lógico-histórica no pensamento, faz-se necessário considerar que, em substância, não há nenhum cientista que trabalhe criativamente sem se dedicar à história de sua ciência (Ríbnikov, 1987).

Neste caso, há necessidade de se estudar a gênese do conceito, a qual está totalmente associada às relações humanas, portanto, está impregnada das necessidades humanas e das diferentes culturas. Há que se investigar em como os diferentes povos realizaram e ainda realizam contagens usando o que denominamos de nexos conceituais: correspondência um a um, agrupamentos (irregulares e regulares), bases numéricas (agrupamentos regulares), valor posicional, sistemas numéricos (posicionais e não posicionais) e representações.

Enquanto categorias do materialismo histórico-dialético, o histórico e o lógico têm papel essencial no processo de compreensão da realidade objetiva e elaboração do conhecimento humano. Tais categorias se constituem na busca pelos nexos e leis universais inerentes à realidade concreta (Rosental, Straks, 1960).

A unidade entre o histórico e o lógico possibilita que a atividade humana historicamente determinada seja analisada e relacionada às outras categorias da lógica dialética como: totalidade; realidade; práxis; movimento; concreto; abstrato, conceito, juízo e dedução (Sousa, 2014).

Para a lógica dialética, cuja essência consiste no estudo dos objetos em seu desenvolvimento, o problema fundamental é, naturalmente, o problema das relações entre o lógico e o histórico, quer dizer, o problema de refletir o desenvolvimento histórico na lógica dos conceitos. Trata-se do problema de fazer refletir exatamente a realidade, ou seja, o problema da concordância da forma (do lógico) com o conteúdo (com a vida, [...], a prática) (Rosental, Straks, 1960, p. 328).

Considerar o movimento lógico-histórico dos conceitos significa reconhecer nexos, relações entre conceitos que são concretizados na experiência humana em determinados períodos históricos e reelaborados como leis do pensamento que satisfazem as necessidades sociais.

Requer, neste sentido, para além de identificar fatos históricos ou atribuir a criação a determinados matemáticos, o reconhecimento das condições da vida prática e da realidade objetiva que se tornaram determinantes para a constituição de determinado conceito.

Nessa perspectiva, o estudo do movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos por professores pode impactar o processo de organização do ensino, é nesse sentido que se realiza esta pesquisa.

Metodologia

A pesquisa é qualitativa, de cunho teórico e caracterizada, segundo Fiorentini e Lorenzato (2007), como “bibliográfica ou histórico-bibliográfica (...)”. Esse tipo de pesquisa é também chamado de estudo documental, com ênfase nos “estudos tipicamente históricos”, uma vez que, são utilizadas “fontes primárias”, tais como: teses, dissertações, artigos e projetos políticos pedagógicos como forma de coletar as informações (p. 102-103). O direcionamento é conduzido pelas seguintes questões: 1) A que história se faz referência na elaboração de SDAs que consideram o movimento lógico-histórico? 2) Que relações pode haver entre a história dos conceitos e as historiografias de Matemática? 3) Como elaborar SDAs que se fundamentam no movimento lógico-histórico e que possam orientar o ensino de Matemática na Educação Básica? 4) Como as universidades públicas federais têm inserido a História da Matemática em cursos de licenciaturas?

A metodologia do estudo se compõe dos seguintes momentos e estratégias: 1) A realização da análise lógica do conteúdo. Essa consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico de conceitos tratados na Educação Básica. O estudo remete, necessariamente, a uma pesquisa bibliográfica que envolve tanto historiografias da Matemática, quanto às relações que envolvem as historiografias da Matemática e o movimento lógico-histórico. 2) estudos teóricos sobre o movimento lógico-histórico por pesquisadores da Educação Matemática que atuam no Instituto Federal de São Paulo (IFSP) e em quatro universidades públicas: Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Universidade Federal de Jataí (UFJ), Universidade Estadual Paulista (UNESP) e Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), bem como, pós-graduandos, licenciandos e professores da Educação Básica que participam de grupos de pesquisas dessas universidades. 3) Aprofundamento teórico sobre a inserção da História da Matemática nos cursos de licenciatura de Matemática das universidades públicas federais brasileiras. O estudo consiste na análise de projetos pedagógicos dos cursos, bem como, teses, dissertações e artigos publicados em periódicos que tratem da mesma temática.

Esta comunicação está diretamente relacionada ao segundo momento, uma vez que tem como objetivo apresentar apontamentos de estudos teóricos sobre movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos e de suas implicações para a formação de professores.

Concordamos com Lanner de Moura (1995) que, para atingir resultados que promovam o avanço da área de conhecimento em que se insere o problema, é necessário haver uma estreita articulação entre conteúdo da pesquisa e metodologia. Dessa forma, concebemos que, se a teoria é construída no processo da pesquisa, movimento idêntico acontece com a metodologia. Assim, o

método não é algo externo à pesquisa, a ela ajustável como se ajusta uma roupa ao corpo, mas é constituído das ideias e ações que vão trançando coerentemente todos os elementos da investigação.

É o método que dá garantia da não-separação entre o conhecedor (o pesquisador), o conhecimento (o que será construído através da pesquisa) e o conhecido (os conhecimentos já produzidos a respeito do tema da pesquisa) de forma que conjugue todos estes elementos num conhecimento não-fragmentado da realidade investigada.

A análise dos dados segue uma linha interpretativa cuja característica é a particularização, ao invés da generalização de resultados. A busca não é de universais abstratos, aos quais se chega, segundo Moreira (1990), por meio de generalizações estatísticas, mas sim de universais concretos, que se atinge mediante estudo detalhado de um caso específico, localizado culturalmente.

Desenvolvimento

As ações de formação de professores que criamos do contexto do Programa: “História da Matemática e formação de professores em rede” partem do pressuposto de que as universidades precisam criar espaços para que professores da Educação Básica, juntamente com pesquisadores da Educação Matemática possam ter a oportunidades de refletirem sobre as diversas interpretações que fundamentam os conceitos matemáticos, especialmente, no que diz respeito ao uso da História da Matemática em sala de aula.

Consideramos, como Miguel (2015), que a história do desenvolvimento formal dos conceitos matemáticos na sala de aula não deve ser entendida como a tábua de salvação para que se aprendam os conceitos que se quer ensinar. Entretanto, entendemos que a história do conhecimento dos conceitos matemáticos, só tem sentido, na sala de aula, quando professores e alunos compreenderem o movimento das abstrações do pensamento que compuseram as formalizações que estudamos. As abstrações, demonstrações e aplicações, são os principais traços característicos da Matemática e são esses traços que, ainda hoje, fundamentam aulas de Matemática. É comum estudar, por exemplo, as multiplicações de números abstratos por outros, não sendo frequente estudar a multiplicação de número exato de pessoas por outras (Aleksandrov et al, 1988).

A história mostra que as abstrações que se processam no pensamento matemático auxiliam o homem a buscar métodos matemáticos universais, de forma que estes tenham a possibilidade de resolver todos ou a maioria dos problemas que planeja (Ríbnikov, 1987). Os métodos matemáticos universais possuem três traços bem distintos: relações quantitativas e formas espaciais, abstraindo-as de todas as demais propriedades dos objetos; sucessão de graus de abstração crescente, como exemplo, as noções fundamentais de número e figura e o movimento quase por completo no campo dos conceitos abstratos e suas inter-relações (Aleksandrov et al., 1988). Parte significativa dos métodos matemáticos universais elaborados pelas abstrações do pensamento humano em sua atividade está diretamente relacionada ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Com a intenção de discutir com os professores em formação estas compreensões sobre o desenvolvimento histórico da matemática, destacamos dois tipos de instrumentos usados durante o desenvolvimento da pesquisa, aqueles que estão contribuindo para a construção dos fatos: os textos teóricos já produzidos a partir de pesquisas orientadas na perspectiva do movimento lógico-histórico e a análise das SDAs de Matemática que estão sendo elaboradas, especialmente, por licenciandos e professores da Educação Básica, procurando contemplar o movimento histórico e lógico dos conceitos matemáticos.

Alguns dos materiais analisados até o momento e que constituem fonte da comunicação para o CIAEM são: a dissertação de Fabri (2022), a partir da qual se reconhece como professores em formação continuada em um projeto de extensão intitulado Oficina Pedagógica de Matemática manifestam nexos conceituais da Estatística; a tese de Navarro (2021), que analisou o movimento lógico-histórico e desenvolveu a partir de nexos conceituais, o conceito teórico de pensamento computacional; a tese de Silva (2019) cuja análise documental em confluência com análise histórico-epistemológica, investigou relações estabelecidas no movimento lógico-histórico do conceito de Continuidade que pudessem se caracterizar como essenciais e se configurar como nexos conceituais; as dissertações sintetizadas em Dias e Amaral (2020) e Dias e Silva (2022), a primeira que contempla o movimento lógico-histórico do conceito de área, SDA e AOE envolvendo uma prática educativa com alunos do quinto ano do Ensino Fundamental (em torno de 11 anos) e, a segunda, que cria uma SDA com base no tratado *Del modo de misurare*, de Cosimo Bartoli, do século XVI, e o instrumento quadrante geométrico, e desenvolve uma AOE com estudantes do ensino fundamental (em torno de 14 anos) considerando o movimento do pensamento na apropriação de conceitos matemáticos; a dissertação de Moraes (2017) que, com os mesmos princípios da última, investiga uma prática didática com o uso do instrumento setor trigonal e seu tratado do século XVII; a dissertação de Moraes (2018) que mostra o desenvolvimento de uma AOE com crianças do sexto ano do ensino fundamental (em torno de 12 anos) e a criação de uma SDA, a partir da realização de uma síntese lógico-histórica do conceito de tempo e os instrumentos relógio d'água e ampulheta e a tese de Dias (2007), fundamentada no materialismo histórico dialético e na teoria da atividade, defende que o desenvolvimento da imagem conceitual individual de um conceito matemático, ocorre na relação indivíduo-coletividade e, pode ser coerente com o significado científico elaborado historicamente por meio da realização de uma atividade orientadora de ensino fundamentada em pressupostos lógico-históricos do conceito.

As pesquisas articulam claramente relações da didática da matemática, principalmente com base na Atividade Orientadora de Ensino, a qual pressupõe uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem em sua formulação, análise de textos da história da matemática e criação de síntese do movimento lógico-histórico de conceitos matemáticos orientada pela pesquisa e uso de tratados e instrumentos antigos capazes de constituir uma interface entre história e ensino.

Ainda das análises sobre estes materiais destaca-se os processos coletivos entre pesquisadores e professores e os nexos conceituais no movimento histórico e lógico dos conceitos matemáticos que permitam ampliar a compreensão sobre os conteúdos de ensino propostos em documentos curriculares e materiais didáticos.

Considerações Finais

Os estudos teóricos realizados sobre o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos e de suas implicações para a formação de professores mostram que quando compreendidos pelos profissionais do ensino podem se constituir em elementos didáticos que impactam a organização das aulas na medida em que orientam os alunos a compreenderem boa parte do percurso das construções teóricas que se apresentam em ideias matemáticas.

Ao se apropriarem dos elementos teóricos do movimento lógico-histórico, os professores podem se tornar autônomos, de forma a romper com a didática tradicional que fundamenta práticas de ensino de Matemática que priorizam a memorização dos conceitos. Nesse sentido, a pesquisa poderá contribuir com a reformulação de cursos de formação inicial de professores e ações de extensão visando a formação continuada, no sentido de se considerar que as ações de formação se preocupem em introduzir reflexões que considerem o movimento lógico-histórico dos conceitos, no sentido de instrumentalizar os professores a se apropriarem do pensamento teórico dos conteúdos que ensinam na Educação Básica.

Por isso, os resultados identificados até o momento nos levam a reconhecer a necessidade de articulação entre processos de ensino, pesquisa e extensão para a formação inicial e continuada de professores que discutam a organização do ensino considerando o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos.

Referências

- Aleksandrov, A. D. et al. (1988). *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Alianza Editorial.
- Dias, M. S. (2007). *Formação da imagem conceitual da reta real: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica*. [Tese de doutorado em Educação], Universidade de São Paulo.
- Dias, M. S. & Amaral, C. C. F. do . (2020). O conceito matemático de área na Atividade Orientadora de Ensino. *Obutchénie*. Revista De Didática E Psicologia Pedagógica, 4(2), 460-482.
<https://doi.org/10.14393/OBv4n2.a2020-57491>.
- Dias, M. S. & Silva, A. P. M. (2022). O quadrante geométrico na situação desencadeadora de aprendizagem sob uma interface entre história e ensino. *Ciência & Educação* (Bauru), 28, e22008, 1-16.
<https://doi.org/10.1590/1516-731320220008>.
- Fabri, G. J. C. (2022). *Nexos conceituais da estatística manifestados por professores em formação na Oficina Pedagógica de Matemática*. [Dissertação de Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica]. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em
<https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/29436>.
- Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2007). *Investigação em Educação Matemática*. Autores Associados.
- Lanner de Moura, A. R. (1995). *A medida e a criança pré-escolar*. [Tese de Doutorado em Educação]. Universidade Estadual de Campinas.

- Miguel, A. (2015). *Formas especulares e não-especulares de se conceber a relação entre História, epistemologia e Educação Matemática*. Campinas. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=62154&opt=1>.
- Moraes, A. E. (2018). *Interface entre história e ensino de matemática: um movimento lógico-histórico da medição do tempo e a atividade orientadora de ensino*. [Dissertação de Mestrado em Docência para Educação Básica], Universidade Estadual Paulista.
- Moraes, M. S. (2017). *Setor trigonal: contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática* [Dissertação de Mestrado em Docência para Educação Básica], Universidade Estadual Paulista.
- Moreira, M. A. (1990). *Pesquisa em Ensino: o vê Epistemológico de Gowin*. E.P.U.
- Moura, M. O. de. et al. (2010). Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. *Revista Diálogo Educacional*, 10(29), 205-229.
- Navarro, E. R (2021). *O desenvolvimento do conceito de pensamento computacional na educação matemática, segundo contribuições da teoria histórico-cultural*. [Tese de doutorado em Educação]. Universidade Federal de São Carlos. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/15112>.
- Ríbnikov, K. (1987). *Historia de las matemáticas*. Editorial Mir Moscú.
- Rosental, M. M. & Straks, Y. G. M. (1960). *Categorias del Materialismo Dialéctico*. Grijalbo.
- Silva, R. S. (2019). *Um estudo sobre o movimento lógico-histórico do conceito de continuidade*. {[Tese de doutorado em Educação], Universidade Federal de São Carlos. <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/12220>
- Sousa, M.C. (2014). Quando professores que ensinam matemática estão em atividades de pesquisa. *Ciência & Educação*, 20, 917-935. <https://doi.org/10.1590/1516-73132014000400010>.