

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral nas Prescrições Curriculares para o Ensino Médio Técnico no CEFET-MG

Davidson Paulo Azevedo **Oliveira**

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Brasil

davidson@cefetmg.br

Erica Marlúcia Leite **Pagani**

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Brasil

leitepagani@gmail.com

Alessandra Carvalho **Teixeira**

Universidade Paulista

Brasil

prof_alecarvalho@yahoo.com.br

Resumo

O Cálculo Diferencial e Integral (CDI) esteve presente na escola secundária brasileira desde a década de 1950 sendo retirado, oficialmente, quarenta anos depois. Entretanto, no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET MG) ainda está presente no currículo. Nosso objetivo é apresentar uma breve descrição desta trajetória e um primeiro olhar sobre um material de CDI da instituição de 1973. Para isso, nos baseamos nas três esferas de análise histórica: contextual, epistemológica e historiográfica. Conclui-se que o ensino do conteúdo se dá de modo mecânico por meio do estudo de técnicas sem formalização ou aplicabilidade em áreas técnicas.

Palavras-chave: História da Educação Matemática; Ensino Técnico; Cálculo Diferencial; Brasil; Ensino Profissional.

Introdução

Este trabalho que aqui relatamos é parte de uma pesquisa maior que busca entender como, historicamente, se desenvolve o ensino e a aprendizagem de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral de funções reais de uma variável real nas escolas técnicas federais, em particular, no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG) nas unidades de Belo Horizonte. Nosso objetivo neste texto é apresentar uma primeira análise do material produzido e utilizado na instituição em 1973.

A Instituição-CEFET-MG

Essa instituição foi criada em 1909 como Escola de Aprendizes e Artífices, iniciando suas atividades em 1910, com o objetivo de atender à população dos desvalidos; ou seja, aos filhos dos desfavorecidos de fortuna. Sofre diversas transformações e em 1969 a instituição passa a denominar-se Escola Técnica Federal de Minas Gerais. Destacamos que no Brasil, nessa época, existiam 23 Escolas Técnicas ao longo de todo o território e em todas as regiões do país. Humberto Castelo Branco era presidente do Brasil nesse período, cargo que exerceu de 1964 a 1967; enquanto que no período da publicação do material analisado o presidente era Emilio Garrastazu Médici, que exerceu o cargo de 1969 a 1974. Esse período, entre 1969 e 1973, ficou conhecido no país como “Milagre Econômico”, sendo um momento em que se esperava que as profissões da área tecnológica fossem propulsoras do desenvolvimento industrial brasileiro. Apesar do êxito econômico, Fausto (1995) afirma que esse período foi um dos períodos mais tenebrosos no campo político. Ainda segundo o autor, “em 1968 e 1969, o país cresceu em ritmo impressionante registrando, a variação respectivamente de 11,2% e 10,0% do PIB, o que corresponde a 8,1% e 6,8% no cálculo *per capita*.” (Fausto, 1995, p.482).

Entre as décadas de 1940 a 1960 a então Escola Técnica de Belo Horizonte oferecia cursos técnicos de Mecânica Industrial, Estradas e Eletromecânica. O Curso Técnico Industrial era reconhecido pelo Conselho de Engenharia e Arquitetura (CREA) e habilitava o formando a exercer uma profissão dentro da área técnica das empresas.

Distanciando-se dos objetivos traçados no decreto de 1909, os cursos técnicos oferecidos pela Escola Técnica Federal de Minas Gerais atingem uma qualidade alta e atraem diversos públicos, inclusive a população elitizada, e essa escola se torna uma instituição moderna, com foco nas necessidades do país. Essa alteração acontece, também, em outras Escolas Técnicas do país, por exemplo, na Escola Técnica de Curitiba em que há

uma transformação das Escolas de Aprendizes Artífices, de habilitadora dos “filhos dos desfavorecidos da fortuna”, para se tornarem formadoras de uma elite de técnicos necessários para a indústria, com uma formação direcionada para a sua disciplinarização, não prescindindo para isso dos princípios da racionalização científica (Amorim, 2010, p. 173).

A Escola Técnica Federal de Minas Gerais, em 1972, implantou seus primeiros cursos superiores, iniciando pelo curso de Engenharia de Operação Elétrica e Mecânica, de acordo com o Decreto nº70 366/72. Segundo Pagani (2016), “essa escola, em 1978, através da lei nº 6.545, passa a se chamar Centro Federal de Educação Tecnológica-CEFET-MG”.(p.26).

O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral nas Prescrições Curriculares para o Ensino Médio

Nos dias atuais é possível perceber que o ensino de Cálculo Diferencial e Integral não é prescrito nos Currículos nacionais e estaduais do território brasileiro. Mas não foi sempre assim. Existiu um período em que ele era obrigatório para o Ensino Médio. A presente seção objetiva apresentar esse período e indicar os possíveis motivos para que esse objeto do conhecimento não esteja mais nas prescrições curriculares.

As reformas conhecidas como Benjamin Constant e Amaro Cavalcanti, no anos de 1890, marcaram a primeira década do período republicano no Brasil. Nelas o ensino de Cálculo Diferencial e Integral esteve prescrito para o Ensino Médio, na época conhecido como Ensino Secundário, com o objetivo de inserir o aluno no Ensino Superior. Salientamos que esse não era o único objetivo, mas um deles e o mais latente.

Na reforma Benjamin Constant a disciplina Cálculo Diferencial e Integral¹ foi prescrita para o 3º ano de ensino, devendo ser revisada nos quatro anos seguintes. Na reforma Amaro Cavalcanti, a disciplina era prescrita a partir do 5º ano até o 7º ano. Diferentemente do que acontece na primeira reforma, na Amaro Cavalcanti o Cálculo Diferencial e Integral não é posto, em momento algum, como revisão, mas sim com disciplina ao longo dos três anos.

A Reforma Francisco Campos, ocorrida na década de 1930, divide o Ensino Secundário em dois ciclos: fundamental e complementar, sendo o primeiro com duração de cinco anos e o segundo com duração de dois anos. Como o ensino complementar tinha por objetivo preparar o aluno para ingressar no Ensino Superior, ele foi dividido em três modalidades: pré-jurídico, pré-médico e pré-politécnico. Apenas nas duas últimas modalidades o ensino de Cálculo era prescrito mas, restringindo-se às noções de limite e derivada.

De acordo com Carvalho (1996), no início dos anos 1940, na Reforma Capanema, conteúdos do Cálculo também fizeram parte do currículo da escola secundária. No entanto, Araújo (2016) afirma que não aparece, em nenhum dos cursos instituídos na reforma Capanema, o conteúdo de Cálculo. O que existe é apenas uma referência sobre o estudo do comportamento variacional das funções e das derivadas no ensino Científico. O conteúdo relacionado ao estudo de integrais e primitivas de uma função voltam a aparecer, oficialmente, nos programas de ensino apenas em 1951.

Avila (1991) resume a história do ensino de Cálculo no Brasil da seguinte forma:

[...] fazia parte do programa da 3ª série do chamado curso científico o ensino da derivada e aplicações a problemas de máximos e mínimos, além de outros tópicos como polinômio de Taylor. Isso desde 1943, quando foi instituída uma reforma do ensino secundário que ficou conhecida pelo nome do ministro na época, o sr. Gustavo Capanema. Mas mesmo antes da reforma Capanema, quando o que hoje chamamos de 5ª à 8ª série mais o 2º grau era o curso ginasial de 5 anos, seguidos por dois anos de pré-universitários, já o Cálculo fazia parte do programa no pré das escolas de engenharia. (Avila, 1991, p.1)

¹ A partir de agora, toda vez que usarmos a palavra Cálculo estaremos no referindo ao Cálculo Diferencial e Integral de funções reais de uma variável real.

Para esse autor, é um erro grave descartar o ensino de Cálculo, pois ele considera esse conteúdo como o mais significativo da Matemática para a formação do aluno, num contexto de ensino atual.

A partir de 1960 até meados de 1980, o Movimento da Matemática Moderna – MMM esteve no auge das discussões, lideradas pelo professor Osvaldo Sangiorgi, não se restringindo apenas sobre a necessidade de uma reforma curricular, mas também influenciando a formação do professor.

Um dos pontos propostos durante o MMM foi a modernização dos conteúdos, tendo como um dos motivos o fato de que as reformas de Constant e Capanema não terem tido êxito ao tentarem resolver questões sobre o Ensino Secundário, além de ter como objetivo a aproximação do ensino ministrado nas escolas com a pesquisa, considerado um modo de contribuir para o desenvolvimento tecnológico.

Assim, com esse Movimento, começa a retirada do ensino de Cálculo do currículo das escolas secundárias, para a inclusão de conteúdos que foram considerados mais importantes durante o Movimento. Segundo Avila (1991, p.2), “não haveria mesmo espaço para tanta coisa nos programas, já que o rigor e formalismo exigiam o ensino da teoria dos conjuntos e vários detalhamentos axiomáticos que toma tempo.”

Metodologia

A pesquisa foi realizada de acordo com a adaptação das três esferas de análise histórica como direcionadas por Moura (2017), a saber, a historiográfica, a epistemológica e a contextual. Por esfera historiográfica entende-se um estudo crítico das várias formas pelas quais já se analisou o mesmo documento. Entretanto, como o documento investigado ainda não foi completamente estudado esta esfera não será considerada em nossa análise, por esse motivo adaptaremos as esferas de análise.

A esfera epistemológica auxilia a analisar o conjunto de conhecimentos e ações compartilhados pelos contemporâneos do documento analisado, ou seja, é o estudo crítico dos princípios, das hipóteses e dos resultados da dimensão interna desse documento. Essa esfera sugere um diálogo entre uma rede de outros diversos documentos dos mais variados temas.

Por último, a esfera contextual por meio da qual realiza-se um estudo do contexto histórico propriamente dito, lançando luz sob as circunstâncias sobre as quais foi elaborado o documento que está em análise; ou seja, são relações de diferentes ordens (política, social, filosófica e religiosa) das quais permearam o ambiente em que o documento foi produzido. É importante salientar que as esferas de análise não acontecem de modo isolado, mas durante todo o processo da pesquisa e, por isso, não são destacadas no trabalho.

Além disso, para nosso estudo entendemos que a denominação fontes diretas e indiretas na perspectiva de Barros (2019, p.32) que sugere que os termos fontes primárias, secundárias e terciárias estão em desuso, embora muito vistos em trabalhos historiográficos no campo da Educação Matemática no Brasil. O estudioso ainda ressalta que uma classificação nesse sentido

depende do objeto em análise e uma mesma fonte pode ser tanto direta e indireta, a depender do olhar do pesquisador. As fontes indiretas podem se situar “em uma cadeia documental, testemunhal ou informativa, colocando-se por exemplo, entre o historiador e um primeiro documento ou testemunho, anterior a ele”.

O Cálculo no contexto da Escola Técnica Federal de Minas Gerais

Nos cursos técnicos da Escola Técnica Federal de Minas Gerais, atual CEFET-MG, os conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) estavam inseridos, no currículo de todos os cursos técnicos, na disciplina de Matemática para atender às demandas das disciplinas técnicas. Entretanto, com as transformações vivenciadas na instituição

[...] a partir do ano letivo de 2013, passa a ser restrito aos cursos de Eletrônica, Eletrotécnica e Mecatrônica. Atualmente, os conteúdos de CDI são ministrados no 2º ano do Ensino Médio, ao longo do 3º bimestre. (Pagani, 2016, p.27).

A pesar da justificativa para o estudo de CDI ser a necessidade de disciplinas técnicas, em nossas investigações nos deparamos com materiais produzidos a partir da década de 1970, no formato de livros ou apostilas, com intuito de padronizar o ensino de CDI. A padronização era requerida não só na instituição mineira em que se insere este trabalho, mas em todas as escolas técnicas federais do país.

Alguns desses materiais foram produzidos em parceria com professores que atuavam em outras regiões e estados brasileiros. Estamos restritos, neste trabalho, ao material didático produzido em 1973 por dois professores da Escola Técnica Federal de Minas Gerais destinado à segunda série dos cursos técnicos.

Descrição do material analisado

Conforme mencionado anteriormente, em 1973, o ensino de Cálculo era ministrado na segunda série do segundo grau, denominação dada à época para o Ensino Médio atual e nosso objetivo aqui é apresentar uma primeira análise do material (apostila) produzido e utilizado na instituição, para o ensino de Matemática.

Por meio de informações contidas na capa podemos ver que o material foi escrito pelos professores Arnaldo Stochiero e João Bosco Laudares, ambos docentes da Escola Técnica Federal de Minas Gerais, da Escola Superior de Agrimensura. O primeiro deles, na época, ainda era professor da Universidade do Trabalho de Minas Gerais (UTRAMIG) e do Colégio Estadual de Minas Gerais. O segundo, além de lecionar nas duas instituições ainda era professor na Universidade Católica de Minas Gerais e no Colégio Arquidiocesano de Belo Horizonte.

Ademais, a capa ainda apresenta uma imagem de uma curva com destaque para uma área S delimitada pelo eixo x e os pontos a e b o que pode ser calculado por meio de uma integral definida, cujo símbolo se encontra logo abaixo do gráfico (figura 1). Essas informações representam indícios de que o cálculo de área sob curvas por meio de integrais definidas fazia parte do conteúdo a ser ensinado. Entretanto, até o momento, não sabemos qual a relação desse conteúdo com as disciplinas técnicas.

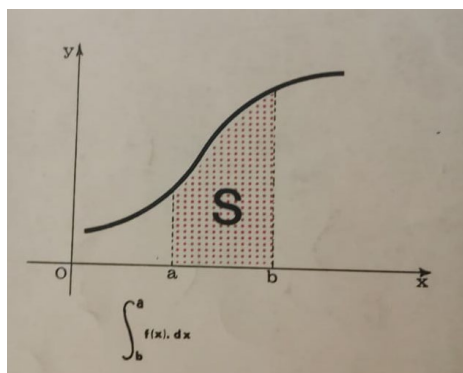


Figura 1. Capa da apostila analisada

Neste material constatamos o ensino de Matemática da segunda série era composto pelos conteúdos descritos nas oito unidades da apostila, a saber: (a) Determinantes; (b) Números Complexos; (c) Funções Numéricas e Gráficos; (d) Limite de uma função; (e) Funções contínuas e descontínuas; (f) Derivadas; (g) Cálculo Diferencial e integral: integral indefinida.

Nesta fonte documental, podemos observar que a última unidade de ensino do material analisado é dedicada ao estudo da Integral definida e inicia com a definição e a interpretação geométrica dela, conforme figura 2 a seguir.

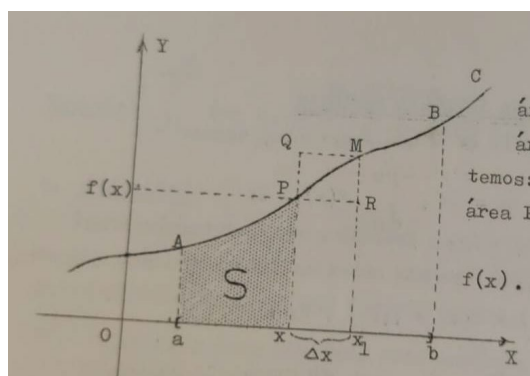


Figura2. Integral. Stochiero e Laudares (1973, p.109)

Observe que das oito unidades, cinco delas se referem ao conteúdo de CDI, o que representa 51% das páginas do material em análise. Apresentaremos, na seção seguinte, uma discussão sobre a unidade IV – Limite de uma função.

Limite de uma função

A unidade IV do material é dedicada à noção de limite de uma função que é apresentada de modo intuitivo, sem uma definição formal. De acordo com os autores:

Diz-se que uma função f tem por limite o número $\underline{N}$, quando a variável $\underline{x}$ tende para o valor dado $\underline{a}$, quando o valor $f(\underline{x})$ da função pode tornar-se tão próximo do número $\underline{N}$ quanto desejarmos, desde que $\underline{x}$ esteja suficientemente próximo de $\underline{a}$. (Stochiero e Laudares, 1973, p.59)

A ausência de uma definição formal de limite por meio de epsilons e deltas, consoante ao rigor atual, deve ser analisada de acordo com a esfera epistemológica e comparação com outras obras do mesmo período. Ainda em fase de investigação, ao compararmos com Junior (1974) percebemos que ele também não apresenta a definição formal de limites e se assemelha ao material analisado da Escola Técnica Federal de Minas Gerais.

Além disso, no ensino superior brasileiro, na década de 1960, inicia-se uma discussão no sentido de transformar o ensino de Cálculo que se aproximava ao que hoje é Análise Matemática, com a formalização mencionada anteriormente, em uma disciplina de CDI sem a formalização exigida nessa primeira disciplina. Sendo a década de 1970 um período de mudanças no qual existiam, de acordo com Raad (2012), cursos de Cálculo com uma visão mais analítica, rigorosa e demonstrativa e outros que privilegiavam as técnicas, a aplicação. Nesse sentido, o Ensino da Escola Técnica Federal de Minas Gerais se aproximava da segunda opção, mais voltado às técnicas e sem um rigor matemático propriamente dito. Os conceitos são apresentados ao longo do texto de maneira intuitiva seguidos de diversos exercícios que valorizam e exigem manipulações algébricas para que se calcule os limites desejados.

Considerações Finais

A partir da pesquisa realizada até o momento, percebemos como o Cálculo Diferencial e Integral se insere no CEFET MG a partir de necessidades de desenvolvimento industrial e tecnológico no Brasil na década de 1970. Aliado a isso, a instituição segue uma tendência brasileira no ensino de CDI do ensino superior voltado a técnicas e aplicabilidade em detrimento de uma matemática formal com demonstrações. Apesar disso, o material analisado não apresenta aplicações voltadas aos cursos técnicos da instituição, ou seja, o conteúdo fica restrito à disciplina de Matemática, com foco em técnicas de resolução de limites.

Nesse sentido, a partir deste trabalho inicial, pesquisas futuras serão realizadas de modo a entendermos as necessidades dos estudantes do ensino técnico da década de 1970 em aprenderem o CDI e suas aplicabilidades na área técnica e no desenvolvimento tecnológico e industrial brasileiro do período.

Referências

- Amorim, M. L. A (2010) *Escola Técnica de Curitiba/Escola Técnica Federal do Paraná (1942-1965)*. Tecnol. & Huma. Ano 24. N. 39.
- Araujo, S. X. S.(2016) Uma Introdução ao Estudo de Derivada no Ensino Médio. *Dissertação de Mestrado em Matemática* – Universidade Federal Rural do Semi-Arido..
- Avila, G. O.(1991) *Ensino do Cálculo no Segundo Grau*. In: 'Revista do Professor de Matemática, n.18, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), pp.1-9.
- Barros, J. A (2019). *Fontes Históricas. Introdução aos seus usos historiográficos*. Petrópolis: Editora Vozes.
- Carvalho, J. B. P. F.(1996) *O cálculo na escola secundária: algumas considerações históricas*. Caderno CEDES. Campinas: Papirus, n. 40, pp. 68-81.

- Fausto, B. (1995). *História do Brasil*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo: Fundação do Desenvolvimento da Educação.
- Junior, F. A. (1974). *Cálculo Diferencial e Integral*. (Trad. CARVALHO, J. R.) Coleção Schaum. Editora McGraw-Hill do Brasil, LTDA. 8ª reimpressão. 1974.
- Moura, R. A. (2017) Um estudo sobre a *Instituzioni Analitiche* de Maria Gaetana Agnesi: Álgebra e Análise na Itália setecentista. (*Tese de Doutorado*). PUC- SP. 219p.
- Pagani, E.M.L. (2016) O ensino-aprendizagem-avaliação de derivadas no curso técnico integrado ao médio através da resolução de problemas. (*Tese de Doutorado*). Unicsul-SP. 168p.
- Raad, M. R. (2012). *História do ensino de Cálculo Diferencial e Integral: a existência de uma cultura*. (*Dissertação de Mestrado*). UFJF.