



Divertimientos Geométricos: Una Propuesta para la Clase de Matemáticas

Carmen Rosa **Giraldo** Vergara
Departamento de Matemática, Universidade Federal de Minas Gerais
Brasil
carmita@mat.ufmg.br

Resumen

El aprendizaje de las Ciencias, y de las Matemáticas en particular, no es exclusivo de la educación formal. Las “actividades informales”, desarrolladas en y por espacios de ciencia, en particular por museos universitarios, acercan la ciencia a diferentes públicos, ayudando a estimular su aprendizaje y creando vocaciones científicas. En ese sentido, el Museo de Matemáticas de la Universidad Federal de Minas Gerais (UFMG), en Brasil, busca promover las Matemáticas a través de actividades lúdicas que despierten el interés de los visitantes, especialmente de profesores, llevándolos a reflexionar sobre propuestas que transmitan una visión positiva de las Matemáticas entre sus estudiantes. En este taller presentaremos algunas actividades desarrolladas en el Museo y que pueden ser utilizadas en las clases para mostrar que las Matemáticas pueden ser una experiencia divertida y agradable.

Palabras clave: Matemática recreativa; Actividades lúdicas; Juegos matemáticos; Espacios de Ciencia; Enseñanza de las matemáticas.

Introducción

En su historia, el Departamento de Matemáticas de la Universidad Federal de Minas Gerais - UFMG ha trabajado con profesores y alumnos de la escuela primaria e secundaria a través de diversos proyectos. Estas acciones tienen un objetivo común, que justifica su existencia: divulgar las Matemáticas, haciéndolas accesibles a un público más amplio, y contribuir para mejorar su enseñanza y aprendizaje en las escuelas y promover una mayor articulación entre ellas. En ese contexto, el Museo de Matemáticas UFMG fue creado en 2018 para promover las Matemáticas a través de actividades lúdicas que despierten el interés de los visitantes, especialmente de estudiantes y profesores, llevándolos a reflexionar sobre propuestas

que promuevan una visión positiva de las Matemáticas. En marzo de 2020, este espacio pasó a formar parte de la Red de Museos y Espacios de Ciencia y Cultura de la UFMG.

Según Maceira (2007), los espacios museológicos se han convertido en los últimos tiempos en un potencial educativo, por reunir en su totalidad, experiencias, interrogantes y hechos conjugando emoción, percepción, conocimiento y educación. Los argumentos que utiliza están relacionados con la forma en que el museo involucra al público en sus exposiciones y cómo se abordan los objetos y contenidos expuestos.

En ese sentido, el Museo de las Matemáticas UFMG, a lo largo de sus 4 años de funcionamiento, busca, a través de sus actividades, crear condiciones favorables para un cambio de comportamiento en relación a la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. El Museo de las Matemáticas UFMG trabaja en tres líneas principales: a) realización de actividades para democratizar, difundir y popularizar el conocimiento matemático; b) creación, producción y exhibición de materiales concretos que despierten el interés de los visitantes y fomenten el gusto por las Matemáticas e c) actividades de formación inicial y continua para docentes de la enseñanza secundaria, buscando así mostrar diversas estrategias que posibiliten una reflexión constante sobre las Matemáticas y ofrezcan condiciones favorables para un cambio de comportamiento positivo en relación a la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Una Propuesta para Sala de Clase

En esta actividad pretendemos presentar a los profesores de la educación secundaria, actividades de las matemáticas recreativas que se ofrecen en el Museo y que pueden ser utilizadas en el aula con el objetivo de promover un cambio de actitudes hacia las Matemáticas y su enseñanza. Se darán también orientaciones para su construcción e indicaciones para su uso en el salón de clases, analizándose el potencial de cada objeto y/o actividad para el estudio de diversos conceptos matemáticos.

En las últimas décadas, las Matemáticas Recreativas han asumido un papel importante como instrumento de difusión y popularización de las Matemáticas a través de la comunicación de aspectos históricos y culturales y su relación con otras áreas del conocimiento y como herramienta didáctica que se puede explorar en las clases de matemáticas.

Las matemáticas recreativas son una rica fuente de modelos matemáticos y un espacio para la práctica de pensamientos y razonamientos propios de la Aritmética, la Topología, la Geometría, el Análisis Combinatorio y las Matemáticas en general. Un ejemplo de eso son los juegos de azar practicados durante la Edad Media, que llevaron a los matemáticos Blaise Pascal y Pierre de Fermat a desarrollar la Teoría de la Probabilidad, base para la creación de las compañías de seguros en la segunda mitad del siglo XVIII. También cabe señalar que la Teoría de Grafos, actualmente muy aplicada en el mundo tecnológico, nació con el Problema de los Siete Puentes de Königsberg, que consiste en determinar si una persona puede cruzar siete puentes específicos pasando solo una vez por cada uno de los puentes y regresando al mismo punto de partida. Este problema fue resuelto por el matemático Leonhard Euler en 1763.

Nuestro interés por las Matemáticas Recreativas fue inspirado principalmente en los trabajos del divulgador Martin Gardner, aunque muchos de los avances, especialmente en el campo de los acertijos, derivan de trabajos de principios del siglo XX, de Lewis Carroll, Sam Loyd y Henry Dudeney.

El valor de las matemáticas recreativas radica en el hecho de que puede ser el punto de partida para la investigación matemática y puede utilizarse con fines educativos. La naturaleza interdisciplinaria de las Matemáticas Recreativas ha llevado a descubrimientos importantes e interesantes y ha presentado algunos problemas inusuales. Algunos ejemplos notables son las simetrías en las obras del artista holandés M. C. Escher y *The Game of Life* de J. H. Conway.

El objetivo del Museo es, por tanto, difundir los principios, interacciones, reflexiones y descubrimientos que ofrece la Matemática Recreativa. De hecho, los juegos, dada la actividad mental que estimulan, son un buen punto de partida para la enseñanza de las Matemáticas y pueden servir de base para una posterior formalización del pensamiento matemático. Así, el uso de juegos y la organización de actividades lúdicas en torno a las Matemáticas es un elemento educativo importante que puede incidir en la visión que los estudiantes construyen sobre las Matemáticas, llegando a considerarla como una ciencia que puede causar placer y diversión.

Para Gardner (1998), uno de los principales divulgadores de las Matemáticas en el siglo XX, los juegos se presentan en diferentes formas y tipo: rompecabezas geométricos, juego de estrategia, magia, acertijos aritméticos, recortes de papel, pasatiempos o simplemente, matemáticas con un toque de curiosidad o diversión.

La organización de actividades lúdicas en las clases de Matemáticas resulta ser una herramienta didáctica para mostrar a los estudiantes que esta materia pueden ser una experiencia divertida y placentera. En este taller se trabajará sobre materiales didácticos concretos con los que se podrá trabajar diversos conceptos geométricos. Cada una de estas actividades tiene sus características y trabaja con habilidades específicas. Esto le permite al docente seleccionar, adaptar y explorar los recursos que mejor se adapten a las demandas que implica el proceso de enseñanza-aprendizaje de su clase.

El propósito de este taller es presentar a los participantes, objetos matemáticos tangibles y visualmente atractivos que estimulen el interés por temas avanzados de Matemáticas y realizar actividades que proporcionen la oportunidad de promover en los estudiantes una visión positiva de las Matemáticas. Cada actividad combina diversión con un rico contenido matemático y en la ejecución de la misma se pueden abordar temas que fomentan el razonamiento lógico y facilitan, por ejemplo, el estudio de patrones geométricos, simetrías, visualización espacial, resolución de problemas, entre otros.

En particular, se presentarán: disecciones de polígonos (como rompecabezas geométricos), construcciones de caleidociclos, los sólidos platónicos (construidos a partir de polígonos de encajar) e la cúpula de Leonardo da Vinci entre otros.

Comenzaremos el taller construyendo el rompecabezas geométrico "Del cuadrado a la cruz de Sam Loyd". Este rompecabezas es el resultado de diseccionar un cuadrado en 5 piezas.

Su historia sigue siendo un misterio, pero se cree que Loyd inventó este enigma como publicidad de una empresa. El rompecabezas (Ver Figura 1) consiste en formar un cuadrado usando las 5 piezas. Con él se pueden formar otras figuras como una cruz, un rectángulo, una T, un trapecio o un rombo (Gardner p. 104). Así, este rompecabezas es un material muy rico en cuanto recurso didáctico, ya que el profesor puede explorar diversos tópicos como la clasificación de algunas figuras geométricas, medidas de longitud, puntos medios de segmentos, ángulos, comparación de área, construcciones geométricas, entre otros. Además de este rompecabezas, presentaremos otras disecciones de polígonos en particular, la disección de Perigal como demostración del demostrar el Teorema de Pitágoras.

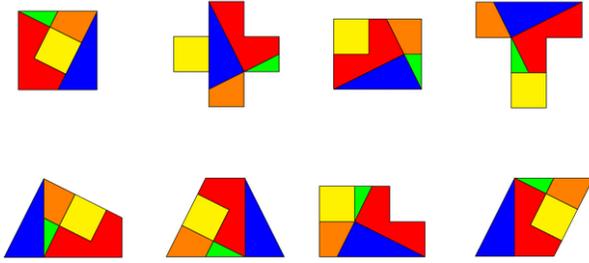


Figura 1. Rompecabezas del Cuadrado a la Cruz de Sam Loyd

El uso de rompecabezas y juegos matemáticos en la clase de Matemática se justifica no solo por la curiosidad natural que despiertan, sino también por el hecho de que facilitan el desarrollo de habilidades geométricas (plano-espaciales) como la visualización y reconocimiento de figuras, percepción de posición, comparación de distancias, áreas y volúmenes, organización de estrategias, capacidad de análisis, enriquecimiento del vocabulario geométrico, razonamiento lógico, entre otras habilidades.

En este contexto, el uso de los rompecabezas en el ámbito escolar debe ir más allá del simple “ensamblaje de piezas”; este recurso debe proporcionar la mejora de las técnicas de resolución de problemas, inducir al descubrimiento de las relaciones entre los elementos que lo componen y explora con naturalidad conceptos matemáticos como: lado, vértice, ángulo, centro, punto medio, área, así como nombres y características de figuras planas y espaciales.

La segunda actividad a ser realizada será la construcción de caleidociclos. Los caleidociclos son mecanismos móviles compuestos por tetraedros conectados por bisagras giratorias. Destacamos que a diferencia de los clásicos caleidociclos que están formados por un número par de tetraedros, generalmente seis u ocho, el Caleidociclo de Möbius que se muestra en la Figura 2, está formado por nueve tetraedros y fue creado por un grupo de investigadores del Instituto de Ciencia y Tecnología de Okinawa (OIST). El caleidociclo de Möbius tiene la propiedad de tener una sola cara, obteniendo un objeto similar a la cinta de Möbius. Esto nos permitió montar la Metamorfosis de Escher en su superficie y lograr crear una obra que relaciona Matemáticas y Arte.



Figura 2. Caleidociclo de Möbius

Este caleidociclo no surgió por casualidad, sino a través de un proceso de investigación e innovación. En 2018 investigadores del OIST demostraron que es posible construir una figura geométrica tridimensional formada por siete o más sólidos idénticos de tal forma que podamos recorrer todas las caras de los tetraedros sin tener que cambiar de dirección, dando la idea de que la figura solo tiene una cara. Además, puede girar de forma continua y suave sobre sí mismo, resolviendo así un problema clásico de la Geometría del Movimiento. Las figuras geométricas construidas por ellos son exactamente los Caleidociclos de Möbius.

También se presentará parte de la geometría que se encuentra en los sólidos platónicos, explorando su historia y características. Los sólidos perfectos, también conocidos como sólidos platónicos, son cuerpos convexos en los que todas las caras son polígonos regulares congruentes y el mismo número de polígonos afecta a cada vértice. Platón fue el primer matemático conocido en describir tales sólidos, con un total de cinco: tetraedro, octaedro, cubo, dodecaedro e icosaedro.

En este sentido, llevaremos a cabo la construcción del icosaedro dentro de la actividad titulada “triángulos de encajar”. El objeto a construir está hecho de trozos de papel idénticos que se encajan entre sí sin utilizar pegamento ni cinta adhesiva. Este es un rompecabezas de lógica que funciona muy bien como ejercicio de resolución de problemas, desarrollo del razonamiento espacial y descubrimiento de patrones geométricos y coloridos. Además de construcción de regla y compás en el momento de construir las "alas" de los triángulos con que será construido el icosaedro.



Figura 3. Sólidos Platónicos

Finalmente trabajamos con la construcción de la Cúpula de Leonardo da Vinci. De todos los diseños de puentes de Leonardo, el puente autoportante es sin duda el más ingenioso por la sencillez de su estructura y construcción. Es una estructura compuesta por vigas cilíndricas, que se ensamblan sin el uso de fijaciones o juntas de enclavamiento. Una vez ensamblado, el peso del puente debe ser suficiente para ejercer la presión necesaria para que las vigas longitudinales bloqueen las vigas transversales, evitando así que la estructura se derrumbe. Así, cuanto mayor sea la presión sobre la parte superior del puente, mayor será su estabilidad.

El mismo principio que se usa en los puentes se puede usar en dos dimensiones para construir las cúpulas de Leonardo. Estas estructuras se construyen a partir de un solo tipo de pieza y sin ataduras, únicamente mediante el acoplamiento tridimensional de las piezas, que se sostienen y sostienen entre sí, siguiendo unos patrones geométricos determinados. En la colección de documentos de Leonardo da Vinci, en las hojas 899v y 899r del Codex Atlanticus, se presentan algunos de estos patrones.

Esta actividad tiene como objetivo: Reconocer y analizar patrones geométricos; desarrollar nociones espaciales y habilidades manuales y de trabajo en equipo; estudiar los componentes histórico-artísticos inherentes a la actividad.



Figura 3. Cúpula de Leonardo

Conclusión

El Museo de las Matemáticas UFMG, a lo largo de sus 4 años de funcionamiento, se ha convertido en un espacio de democratización, difusión y popularización del conocimiento matemático, que busca, a través de sus actividades, crear condiciones favorables para un cambio de comportamiento en relación a la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Consideramos que las actividades prácticas creativas pueden introducir de manera informal a los estudiantes al pensamiento matemático y entusiasmarlos con la formalización de conceptos matemáticos. Los niños y jóvenes tienen una curiosidad inherente y un deseo de explorar, que es característico de hacer ciencia.

Consideramos que la difusión de las Matemáticas Recreativas, como práctica pedagógica, contribuye al proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas y promueve una estrecha articulación entre alumnos y profesores de matemáticas de la escuela con profesores y alumnos del curso de Matemáticas de la universidad. En ese sentido, el Museo desarrolla actividades de formación de profesores ofreciendo la asignatura "Matemáticas Recreativas: una propuesta para las clases de Matemáticas" para alumnos del Curso de Matemáticas de la Universidad Federal de Minas Gerais en Brasil, y actividades de formación continua de profesores.

Agradecimientos

Agradecemos el apoyo del Decanato de Extensión de la UFMG, de la Red de Museos de la UFMG y del grupo PET del Curso de Matemáticas de la UFMG.

Referencias y bibliografía

Gardner, M. *Divertimientos Matemáticos*. São Paulo: Ibrasa, 1998. 189p.

Grando, R. *O conhecimento matemático e o uso de jogos em sala de aula*. Campinas: UNICAMP, 2000. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Campinas, Campinas, 2000.

Maceira, L.M. El museo: espacio educativo potente en el mundo contemporáneo.

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-109X2009000100007