

# XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática  
Conferência Interamericana de Educação Matemática  
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú  
30 julio - 4 agosto 2023



[xvi.ciaem-iacme.org](http://xvi.ciaem-iacme.org)

## Manejo de tablas de doble entrada por estudiantes de primero medio

Daniela **Calderón** Torres  
Universidad de Los Lagos  
Chile

[danieladelpilar.calderon2@alumnos.ulagos.cl](mailto:danieladelpilar.calderon2@alumnos.ulagos.cl)

Jaime Israel **García-García**  
Universidad de Los Lagos  
Chile

[jaime.garcia@ulagos.cl](mailto:jaime.garcia@ulagos.cl)

Nicolás **Fernández** Coronado  
Universidad de Los Lagos  
Chile

[nicolasalonso.fernandez@alumnos.ulagos.cl](mailto:nicolasalonso.fernandez@alumnos.ulagos.cl)

Elizabeth H. **Arredondo**  
Universidad de Los Lagos  
Chile

[elizabeth.hernandez@ulagos.cl](mailto:elizabeth.hernandez@ulagos.cl)

### Resumen

En este estudio se analiza el uso de las tablas de doble entrada por 25 estudiantes chilenos de primer año de educación media. Con base en la taxonomía de Curcio y algunas nociones teóricas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos, analizamos las respuestas proporcionadas por los estudiantes a tareas de lectura y cálculo de probabilidades en este tipo de tablas. Los resultados evidencian que la mayoría del estudiantado presenta dominio del nivel 1 y 2 de lectura, leer los datos y leer entre los datos, respectivamente, y hace uso de la regla de tres o la regla de Laplace para calcular probabilidades; entre los conflictos semióticos identificamos la confusión de la probabilidad conjunta con una condicional y la probabilidad con casos favorables.

*Palabras clave:* Educación Matemática; Educación preuniversitaria; Estadística; Probabilidad; Chile.

## Introducción

En los últimos años, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística y probabilidad ha tomado gran relevancia. Estos campos de estudio se encuentran estrechamente relacionados, ya que ambos proveen herramientas necesarias para enfrentarse a fenómenos en donde la variabilidad y la aleatoriedad están presentes. Es decir, ofrecen métodos y técnicas propias para comprender, realizar conjeturas y tomar decisiones efectivas, con base en información estadística o probabilística. Comúnmente, dicha información es representada en tablas o gráficos estadísticos.

En relación con las tablas estadísticas, estas tienen un papel importante en la organización, descripción y análisis de datos, al ser un instrumento de transnumeración, forma básica de razonamiento estadístico que proporciona nueva información, al cambiar de un tipo de representación de otro (Wild y Pfannkuch, 1999). Según Schield (2006), una persona alfabetizada estadísticamente debiera poder leer críticamente las tablas estadísticas que encuentra en la prensa, internet, medios de comunicación y trabajo profesional; pero no solo leerlas de manera textual, si no identificar las tendencias, variabilidad de los datos, así como detectar los posibles errores conscientes o inconscientes que puedan distorsionar la información representada. Al respecto, Cañadas (2010) señala que varias de las tablas que aparecen en los medios de comunicación combinan diversos tipos de información numérica (frecuencias, porcentajes) clasificada en función de dos o más variables.

Las tablas de doble entrada son utilizadas para presentar la distribución conjunta de dos variables estadísticas en su forma más simple, cuando las variables poseen solo dos categorías. Su manejo no es ajeno a conflictos; esto se evidencia en diversas investigaciones (por ejemplo, Cañadas et al., 2014; Gea et al., 2020) enfocadas en analizar la lectura, interpretación, cálculo de probabilidades y juicios de asociación de futuros profesores y psicólogos en formación; esto posiblemente se origina durante la educación media. Bajo esta perspectiva, nace el interés por analizar el manejo de tablas de doble entrada por estudiantes chilenos de primer año de educación media, respecto a su lectura y cálculo de probabilidades. Cabe señalar que, en Chile, el trabajo con este tipo de tablas se presenta de manera explícita en los objetivos de aprendizaje de primero medio.

## Referentes teóricos

Para analizar la lectura de las tablas de doble entrada haremos uso de los niveles de la taxonomía de Curcio (1989), los cuales fueron establecidos para lectura de gráficos; sin embargo, estos pueden aplicarse para el caso de tablas estadísticas (Batanero, 2001). Para nuestro estudio, estos niveles se han adaptado:

- Nivel 1. Leer los datos. Implica la lectura literal de los datos de la tabla de doble entrada.
- Nivel 2. Leer dentro de los datos. Corresponde a obtener un valor que no está presente en la tabla de doble entrada, a partir de la aplicación de un algoritmo sencillo.
- Nivel 3. Leer más allá de los datos. Refiere a información que no está explícita en la tabla de doble entrada; para obtenerse, se realiza una predicción o estimación de esta.

En este estudio nos enfocamos únicamente en el análisis del dominio, dominio parcial, o no dominio, de los niveles 1 y 2 de lectura, por estudiantes de primero medio. Para el análisis de las respuestas respecto al cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada, se hacen uso de algunas nociones teóricas del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (Godino et al., 2007):

- Práctica matemática: “es toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” (Godino y Batanero, 1994, p. 334).
- Conflicto semiótico: “es cualquier disparidad o diferencia de interpretación entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones)” (Godino et al., 2007, p. 133).

Bajo este enfoque, asumimos que, si las acciones e interpretaciones realizadas por los estudiantes en su práctica matemática, al resolver las tareas de cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada, no son las esperadas o idóneas institucionalmente por el profesor, entonces se produce un conflicto semiótico.

### Metodología

Este estudio se enmarca bajo una metodología cualitativa, de tipo descriptivo y exploratorio, ya que se analizan las respuestas de estudiantes de educación media a tareas de lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada, utilizando los niveles 1 y 2 de lectura de Curcio y algunas nociones teóricas del Enfoque Ontosemiótico. La muestra estuvo conformada por 25 estudiantes de primer año de educación media, seleccionados por conveniencia, cuyas edades oscilaban entre 14 y 15 años. Cabe señalar que los participantes no habían recibido enseñanza sobre la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. Además, participó la profesora titular, quien colaboró con la aplicación de las tareas.

Para la recolección de los datos, se diseñó y validó, por juicio de expertos, un cuestionario con dos tareas encaminadas a la lectura y tres enfocadas en el cálculo de probabilidades en una tabla de doble entrada. El problema contextualizado (ver Figura 1) se adaptó del propuesto por Estepa (1993). La aplicación del cuestionario se realizó en una clase, disponiendo de aproximadamente 45 minutos para su resolución.

<p><b>Problema.</b> Se quiere estudiar si el fumar produce molestias respiratorias. Para esto, se ha observado a un grupo de 400 personas durante un periodo suficiente de tiempo, obteniendo los siguientes resultados:</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 20%;"></th> <th style="width: 40%;">Tiene molestias respiratorias</th> <th style="width: 40%;">No tiene molestias respiratorias</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><b>Fuma</b></td> <td style="text-align: center;">180</td> <td style="text-align: center;">40</td> </tr> <tr> <td><b>No fuma</b></td> <td style="text-align: center;">20</td> <td style="text-align: center;">160</td> </tr> </tbody> </table> <p>1. ¿Cuántas personas que no fuman tienen molestias respiratorias? Explica tu respuesta.</p>		Tiene molestias respiratorias	No tiene molestias respiratorias	<b>Fuma</b>	180	40	<b>No fuma</b>	20	160	<p>2. ¿Cuántas personas no fuman? Explica tu respuesta.</p> <p>3. Si elegimos una de estas personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que fume? Explica tu respuesta e indica las operaciones que realizas para responder.</p> <p>4. Si elegimos una de estas personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que fume y no tenga molestias respiratorias? Explica tu respuesta. Explica tu respuesta e indica las operaciones que realizas para responder.</p> <p>5. Si la persona seleccionada no tiene molestias respiratorias, ¿cuál es la probabilidad de que fume? Explica tu respuesta e indica las operaciones que realizas para responder.</p>
	Tiene molestias respiratorias	No tiene molestias respiratorias								
<b>Fuma</b>	180	40								
<b>No fuma</b>	20	160								

Figura 1. Problema y tareas del estudio.

En cuanto al procedimiento de análisis de datos, este se realizó considerando lo siguiente:

- Para las respuestas de los estudiantes a la tarea 1 y 2, se analizó el dominio, dominio parcial o no dominio, de los niveles 1 y 2 de Curcio, leer los datos y leer dentro de los datos, respectivamente.
- Para las respuestas de los estudiantes a la tarea 3, 4 y 5, se identificó la estrategia utilizada para el cálculo correcto de las probabilidades, y se analizaron los conflictos semióticos que se presentaron, clasificándolas como correctas, parcialmente correctas e incorrectas.

En este documento solo se expondrá y comentará el análisis y los resultados obtenidos en la tarea 2 (vinculada con el nivel de lectura 2: leer dentro de los datos) y 4 (relacionada con el cálculo de una probabilidad conjunta,  $P(\text{no } A \cap B)$ , donde  $A = \text{“tener molestias respiratorias”}$  y  $B = \text{“fumar”}$ ).

## Resultados

A continuación, en la Tabla 1 se presenta la distribución de las frecuencias de las respuestas del estudiantado a la tarea 2, en la que se exige el nivel de lectura de leer dentro de los datos, según las categorías dominio, dominio parcial y no dominio.

Tabla 1

*Frecuencia y porcentaje (%) de las respuestas de los estudiantes a la tarea 2, según dominio, dominio parcial o no dominio, del nivel de lectura 2.*

Categoría	f	%
Dominio	15	60
Dominio parcial	10	40

*Fuente:* Elaboración propia a partir de los datos.

Los resultados obtenidos evidencian que la mayoría del estudiantado (60%) posee un dominio del nivel 2 de lectura; mientras que los demás estudiantes (40%) exhibe un dominio parcial, ya que no proporcionan un argumento verbal o algorítmico, que justifique su respuesta.

En seguida, en la Tabla 2 se muestra la distribución de las frecuencias de las respuestas de los estudiantes a la tarea 4, cálculo de una probabilidad conjunta, clasificadas como correctas, parcialmente correctas e incorrectas, indicando la estrategia usada o conflicto semiótico identificado.

Tabla 2

Frecuencia y porcentaje (%) de las respuestas del estudiantado a la tarea 4, categorizadas como correctas, parcialmente correctas e incorrectas.

Categoría	Estrategia - Conflicto semiótico	f	%
Correcta	Regla de Laplace	2	8
	Regla de tres	4	16
	Proporcionalidad	1	4
Parcialmente correcta	Regla de tres/Regla de Laplace	2	8
	No presenta cálculos matemáticos	1	4
	Confusión con $P(\text{no } A   B)$	1	4
Incorrecta	Calcula casos favorables	3	12
	Probabilidad subjetiva	1	4
	Probabilidad intuitiva	4	16
Sin respuesta		6	24

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos.

Con base en los resultados, el 36% de los estudiantes proporciona el valor de la probabilidad conjunta solicitada, junto con la explicación verbal o el procedimiento de solución, haciendo uso, prioritariamente, de la regla de tres y la regla de Laplace. En cuanto a las respuestas incorrectas, predominan las probabilidades dadas bajo el enfoque intuitivo (16%), o bien, la confusión de una probabilidad conjunta con el número de casos favorables (12%). Además, se manifiesta un alto porcentaje (24%) de estudiantes que no responden la tarea.

### Conclusiones

En general, los estudiantes de primer año medio evidencian un dominio de los dos primeros niveles de lectura y una preferencia por la regla de tres, seguida por la regla de Laplace, como estrategias para calcular probabilidades, antes de haber recibido enseñanza sobre el contenido, es decir, sobre la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. Sin embargo, identificamos confusión de la probabilidad conjunta con una condicional, la probabilidad conjunta con casos favorables, la probabilidad condicional con su inversa, o bien, la presencia de la probabilidad intuitiva y la ausencia de justificaciones en las respuestas.

Consideramos que los conflictos identificados en estudios anteriores (con profesores y estudiantes universitarios) se pueden rastrear en educación media, y estos pueden ser abordados mediante tareas que involucren la comprensión del uso de la probabilidad y su cálculo. Con este estudio, realizamos una extensión de la línea investigativa a estudiantes de educación media, identificando errores en el uso de una representación esencial para la alfabetización estadística, mismo que pueden considerarse en el proceso del diseño de secuencias didácticas, secuencias de enseñanza, experiencias de aprendizaje o trayectorias hipotéticas de aprendizaje.

## Referencias y bibliografía

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Universidad de Granada.
- Cañadas, G. (2010). *Las tablas de contingencia en la formación de profesionales de Psicología* (Tesis de magister). Universidad de Granada, Granada, España.
- Cañadas, G., Batanero, C., Contreras, J. M., y Gea, M. M. (2014). Comprensión de las medidas de asociación por estudiantes universitarios. *Revista científica ALAMMI*, 2, 44-54.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: NCTM.
- Estepa, A. (1993). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Gea, M. M., Gossa, A., Batanero, C., y Díaz-Pallauta, J. (2020). Construcción y lectura de la tabla de doble entrada por profesores de Educación Primaria en formación. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós Graduação em Educação Matemática*, 22(1), 348-370. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i1p348-370>
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Schild, M. (2006). Statistical literacy survey analysis: reading graphs and tables of rates and percentages. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town: International Statistical Institute.
- Wild, C. J., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International statistical review*, 67(3), 223-248. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>