

# XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática  
Conferência Interamericana de Educação Matemática  
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú  
30 julio - 4 agosto 2023



[xvi.ciaem-iacme.org](http://xvi.ciaem-iacme.org)

## Matemática, comunicación y arte

Michelle Yadira **Castellanos** Reyes  
Escuela Nacional Preparatoria No. 1  
México

[michelle.castellanos@enp.unam.mx](mailto:michelle.castellanos@enp.unam.mx)

Adriana **Gómez** Reyes  
Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel Sur  
México

[orodelsilencio@yahoo.com.mx](mailto:orodelsilencio@yahoo.com.mx), [adriana.gomez@cch.unam.mx](mailto:adriana.gomez@cch.unam.mx)

### Resumen

Desarrollar el pensamiento reflexivo no es exclusivo de las ciencias exactas, es en realidad parte natural del ser humano. El objetivo de este taller es que los profesores reconozcan que pueden entrar al mundo de las artes y humanidades y aprovecharlas como herramientas valiosas en la comprensión de los aprendizajes matemáticos, al hacer ver a los estudiantes que tenemos formas de pensar que influyen tanto en la matemática como en el arte. Como parte de la educación formal, es necesaria una evaluación que permita observar en este tipo de actividades el desarrollo del pensamiento reflexivo, tanto como los aprendizajes en matemáticas.

*Palabras clave:* Educación matemática, Educación preuniversitaria, Evaluación, Pensamiento reflexivo, Infinito, Arte, Comunicación.

### Introducción

La misión del bachillerato de la UNAM es dotar a los estudiantes de cultura general, sin embargo, el tercer y último año, en el caso particular de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP), los grupos se dividen en cuatro áreas del conocimiento:

- 1) Ciencias Físico - Matemáticas y de las Ingenierías,
- 2) Ciencias Biológicas, Químicas y de la Salud,
- 3) Ciencias Sociales y
- 4) Humanidades y de las Artes.

Tomando como punto de partida la existencia del área cuatro, donde la mayoría de los estudiantes inscritos han desarrollado habilidades artísticas, en mayor o menor medida, se plantea una estrategia con el objetivo de relacionar la clase de matemática con las artes, como decía Rene Descartes (1996, p. 11) en su texto *El discurso del método*, "...que en las matemáticas hay sutilísimas invenciones que pueden ser de mucho servicio, tanto para satisfacer a los curiosos como para **facilitar las artes todas...**"

El programa de esta área plantea tres unidades: Matemáticas en las artes, Ideas numéricas, y por último Paradojas y acertijos. Dentro de la unidad dos está el contenido *Noción intuitiva de infinito*. Este es el tema que se propone trabajar en el taller dirigido a profesores de nivel preuniversitario que tiene como objetivo analizar la importancia de comprender que los estudiantes exploten sus habilidades artísticas en clase de matemática, para comunicar su interpretación del concepto de infinito.

El programa de estudios de la ENP del último año (conocido como sexto año) refuerza la manera de planear la clase cuando indica:

La enseñanza de Matemáticas en el área de Humanidades y Artes constituye un reto, pues aparentemente hay una relación lejana con la Filosofía, la Literatura, la Música, el Teatro o las Artes Visuales. Sin embargo, existe un espacio común de gran relevancia para la formación de los estudiantes: la simbolización, que implica abstracción. En este sentido, el programa de Matemáticas VI área IV recupera dos clases de símbolos: los que permiten representar las ideas numéricas y los que vinculan la geometría con las artes visuales. (ENP, 2008, p. 2).

En particular la unidad 2 tiene como objetivos el alumno:

- Desarrollará habilidades de abstracción y comunicación oral, escrita y gráfica al contrastar el surgimiento de las ideas numéricas en algunas culturas de la antigüedad, para explicar el contexto histórico y los problemas matemáticos que dieron origen a algunas representaciones simbólicas vigentes en la actualidad.
- Desarrollará habilidades de razonamiento lógico y comunicación simbólica al trabajar con patrones numéricos y geométricos para acercarse a las ideas intuitivas y numéricas de las matemáticas. (ENP, 2008, p. 5)

Se requiere desarrollar en los estudiantes *el pensamiento reflexivo*, propuesto por John Dewey (1916), más es importante aclarar que como profesores debemos tener claro lo que significa pensar reflexivamente y llevarlo a cabo en la clase. Para evaluar el desarrollo del pensamiento reflexivo debemos nosotros mismos, los profesores, ser reflexivos. Es decir, esperamos que los profesores se abran a la posibilidad de escuchar, leer o mirar las distintas producciones de los estudiantes y consideren la posibilidad de fomentar el pensamiento reflexivo a través de estos medios de comunicación poco usados en el área de matemática (Flores, 2022).

John Dewey (2007) dice que se requiere una orientación educativa para que se adquieran los valores del pensamiento. De acuerdo con esto, hay elementos necesarios para cultivar la reflexión y que podemos usarlos en el salón de clases: *Estado de duda* que debe ser motivado y

el *Acto de búsqueda*, sin la duda no hay búsqueda. La curiosidad, las sugerencias y el orden son elementos que podemos trabajar en el aula a través de hábitos.

Ahora bien, no hay un método para llegar a la comprensión de conceptos matemáticos, y una de las actividades como profesores es entender que cada estudiante tiene una forma propia de interpretar contenidos, ya sean lecturas, videos, la propia clase, la explicación del maestro o la intervención de los compañeros. Para ello será necesario observar la forma en que comunican su propia interpretación.

Recordemos que hay distintas formas de observar los aprendizajes de los estudiantes, ya sea escuchándolos, leyéndolos o mirando sus producciones; este trabajo se enfoca en provocar que los estudiantes exploten sus habilidades artísticas para interpretar conceptos matemáticos y comunicarlos. Dichas interpretaciones pueden ser comunicadas a través de: música, composición textual de canciones, versos, cuentos, pinturas, dibujos o esculturas.

Esta estrategia contribuye de manera positiva en el ambiente de aprendizaje, donde se promueve que los estudiantes sientan que el espacio físico (el salón), el espacio abstracto (la reflexión), el espacio emocional (la empatía), les pertenece para el aprovechamiento de los aprendizajes. Deben tener y sentir una zona segura, para aprender, incluso para equivocarse y aprender del error. Permitir que los estudiantes exploren y exploten sus habilidades, jugar con ellas y la matemática permite que se sientan con más confianza y libertad de atreverse a asomarse al mundo de la matemática.

El taller busca que los profesores se atrevan a salir de la zona de confort y se involucren en las interpretaciones de los estudiantes, siempre guiándolos para que no se distraigan de los conceptos matemáticos, y al final puedan evaluar los avances en cuanto al desarrollo del pensamiento reflexivo y la comprensión de conceptos matemáticos.

### **Marco de referencia**

Es importante entender el contexto en que concebimos este taller y su contenido, tanto como los elementos que lo componen por lo que hemos considerado, antes de presentar como se desarrollará, referir lo que entendemos por Pensamiento Reflexivo, el cómo se trabajó en la clase con los estudiantes y reflexionar en torno a la evaluación del aprendizaje; a fin de que se entienda la forma en que se plantea.

### **Contexto**

Las obras de arte con las que trabajaremos fueron desarrolladas por estudiantes del último año de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP), plantel 1. Los estudiantes eligen el área de acuerdo con sus intereses personales, así como alguna habilidad en las artes y quizá mucho de ellos llegan incluso huyendo de la matemática, por lo que es necesario una “reconciliación” reflexiva y por qué no relacionarla con el arte.

Esta estrategia se ha trabajado en distintos momentos del programa, se han incluido lecturas para fortalecer el desarrollo del pensamiento reflexivo, además de ayuda para interactuar

en el área que les corresponde. En particular tocaremos el tema del infinito, ya que es un concepto muy usado tanto en la cultura científica como en la humanista y artística.

En clase se trabaja primero con el desarrollo del pensamiento reflexivo, con lecturas y actividades de interpretación, como ensayos o expresiones artísticas, en este caso en particular se les pidió un ensayo donde expresaran lo que saben y sienten respecto al infinito. Al darles lectura y compartir en clase sus reflexiones, ellos se sienten incluidos en la construcción de los aprendizajes del grupo, esto les da más confianza para involucrarse en participar al momento de retomar el tema, pero ahora con aplicaciones, paradojas, cuentos, historias, etc., dentro del contexto matemático. Una vez que visualizan las aplicaciones (en particular se hablo de las sumas de Riemann), ellos están más conectados con las otras áreas del conocimiento, la idea es comprender que las áreas no nos separan, sino que nos complementan. Después de esto, se les pidió un trabajo artístico o de las humanidades, donde representen al infinito, que sea una interpretación con el objetivo de divulgación.

### **Pensamiento reflexivo**

De acuerdo con Dewey (2007) en su libro *Cómo pensamos*, lo que se necesita para encaminar a la reflexión es lo que llama: **Estado de duda**, de validación, de perplejidad o de dificultad mental, en la que se origina el pensamiento, seguido del **Acto de indagación**, de caza o de investigación, para encontrar algún material que esclarezca la duda, que disipe la perplejidad.

En este sentido, si lo que deseamos es reforzar que la “duda” no es algo malo, sino al contrario, un elemento necesario para imaginar, para buscar información, para crear argumentos; sin la influencia de creencias externas en la medida de lo posible, para ello es importante no dar de inmediato al estudiante una definición o una solución ante el concepto o situación con el que se quiere trabajar.

Una vez que ya se trabajó de manera autónoma, se comparte y se observa el trabajo de los demás, no con el fin de juzgar sino de mejorar el trabajo propio.

Los hábitos antes mencionados con que trabajan los estudiantes son:

1. Curiosidad, en este sentido es que realmente duden y sientan la curiosidad de poder incluir en su área de trabajo elementos matemáticos.
2. Sugerencias, es el cúmulo de ideas que puedan encontrar en la investigación, ya sea en la red, libros, entrevistas y entre sus pares al trabajar en equipos.
3. Orden, es cuando deben plasmar su trabajo final, con el orden que ellos consideren adecuado para poder comunicarlo al resto del grupo.

Según Dewey (1916), todo pensamiento tiene como resultado un conocimiento, entendemos que se refiere al pensamiento reflexivo, pues en el mismo párrafo dice que “todo conocimiento derivado de la reflexión es retrospectiva.” (p. 178)

La Asociación Filosófica Americana (citada en Facione, 2007) entiende por pensamiento crítico (nosotros lo llamamos reflexivo), al pensamiento auto regulado y con el propósito de dar

como resultado interpretar, analizar, evaluar y explicar. Es una herramienta fundamental y poderosa en la vida personal y cívica de cada uno. La persona con este tipo de pensamiento está bien informada, de mente abierta, flexible, justa para evaluar, honesta al confrontar sus sesgos personales, prudente al emitir juicios, dispuesta a reconsiderar o retractarse.

Así al presentar a los estudiantes un concepto abstracto, como el infinito, esperamos que ellos reflexionen sobre él, construyan un conocimiento, así cada uno de ellos lo llevará a su propia interpretación y forma de comunicación, cuando ellos lo comunican con sus propias habilidades artísticas muestran la apropiación que han logrado. Cuando como profesores nos damos la oportunidad de leer, oír o mirar esta comunicación podemos observar y analizar su aprendizaje.

## **Evaluación**

La evaluación se considera un proceso que se desarrolla a la par del proceso de aprendizaje desarrollado por los estudiantes. No debe ser un momento aparte, ni debe generar angustia que rompa el ambiente de comodidad y seguridad que fomentará el aprendizaje deseado en el aula.

Es importante desligar la evaluación del proceso administrativo que nos lleva a la asignación de una calificación y aporta poco o nada al aprendizaje. La evaluación es un proceso que observa, recopila información sobre el objeto o proceso evaluado, sobre la forma en que se logra, y analiza esta información para lograr la mejora, en este caso, del aprendizaje.

Es muy importante aclarar que no se va a evaluar la calidad de las obras de arte de los estudiantes, sino la manera de involucrar ambas culturas: matemática y artística. También se evaluará la interpretación y la forma de comunicar.

El **aprendizaje** es un proceso complejo, que se ve influenciado por múltiples factores, y la evaluación debe considerarlos todos, o al menos todos los que son susceptibles de mejora, como son el desempeño de los estudiantes y del profesor, la eficiencia de las actividades y las cualidades del ambiente.

El desarrollo del pensamiento reflexivo no es fácil de observar, para recopilar información al respecto es necesario buscar algún indicador que nos muestre los cambios o los avances logrados por los estudiantes, el lenguaje o forma en que comunican las ideas es uno de los más eficientes.

## **Desarrollo del taller**

*“Mi propósito, pues, no es el de enseñar aquí el método que cada cual ha de seguir para dirigir bien su razón, sino sólo exponer el modo como yo he procurado conducir la mía”*

*Discurso del método. René Descartes.*

En el taller se trabajará primero con el análisis de las *obras de arte* desarrolladas por los estudiantes, se observará el nivel de comprensión del concepto matemático *Infinito*; el desarrollo del pensamiento reflexivo y al final discutir la construcción de un instrumento de evaluación.

De esta manera las actividades se trabajarán en equipos pequeños (dos o tres profesores) y discusiones grupales y se referirán a:

- Inclusión de estrategias artísticas en el trabajo cotidiano
- Análisis de obras de arte hechos por los estudiantes
- Creación de un instrumento de evaluación.

Tabla 1  
*Planeación.*

	Incluye:	A cargo de:	Tiempo estimado:
Introducción	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Presentación ponentes</li> <li>- Descripción taller</li> <li>- Marco de referencia</li> </ul>	Ponentes	10'
Estrategias artísticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Presentación del trabajo con estudiantes</li> <li>- Discusión con preguntas detonadoras</li> </ul>	Ponentes Participantes	20'
Obras de estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Presentación de las obras</li> <li>- Discusión</li> </ul>	Ponentes Participantes	20'
Instrumentos de evaluación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Qué, para qué y cómo evaluar</li> <li>- Presentación de instrumentos</li> <li>- Elaboración propuestas</li> </ul>	Ponentes Equipos pequeños	40'
Conclusiones	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Discusión de instrumentos</li> <li>- Comentarios de estudiantes</li> <li>- Ejemplos de evaluación</li> <li>- Comentarios generales</li> </ul>	Equipos pequeños Ponentes Participantes	20'

*Fuente:* elaboración propia.

### Conclusiones esperadas

Durante el desarrollo del taller se espera que los profesore participantes reflexionen sobre el ambiente que generamos en el aula y la comunicación que tenemos con los estudiantes, específicamente la oportunidad que nos damos para escucharlos (leerlos u observar su comunicación) y cómo aprovechamos esta comunicación para la evaluación de conceptos tan importantes en matemáticas como es el infinito.

## Referencias y bibliografía

Descartes, R. (1996). Discurso del método. Editorial Época. 12ª reimpresión 2010.

Dewey, J. (1916). Democracy y Education. McMillan.

Dewey, J. (2007). Cómo pensamos. Paidós.

Escuela Nacional Preparatoria. (2018). Programa Matemáticas VI Área IV, UNAM.

[http://enp.unam.mx/assets/pdf/planesdeestudio/6to/1620\\_matematicas\\_6\\_area\\_4.pdf](http://enp.unam.mx/assets/pdf/planesdeestudio/6to/1620_matematicas_6_area_4.pdf)

Facione, P. (2007). Pensamiento Crítico: ¿qué es y por qué es importante? Traducción de Ma. Cecilia Bernat de la Rosa, y actualización de EDUTEKA. <http://www.eduteka.org/PensamientoCriticoFacione.php>

Flores, A. H. (2022). Pensamiento Reflexivo y Aprendizaje: Implicaciones en la Educación. CCH, UNAM. Sin publicar.