

# XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática  
Conferência Interamericana de Educação Matemática  
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú  
30 julio - 4 agosto 2023



[xvi.ciaem-iacme.org](http://xvi.ciaem-iacme.org)

## Acceso al aprendizaje de las matemáticas para población con discapacidad intelectual

Elba Azucena **Martínez** Cárdenas  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
Colombia  
[elamartinezc@correo.udistrital.edu.co](mailto:elamartinezc@correo.udistrital.edu.co)

### Resumen

El acceso a la educación para todos es un derecho, garantizarlo en poblaciones marginadas como los niños con discapacidad intelectual, lleva a la emergencia de una reflexión didáctica para generar las condiciones que permitan el acceso al aprendizaje, no solo al entorno escolar. En la enseñanza de las matemáticas no se cuenta con el conocimiento suficiente de la discapacidad asociado al desarrollo de los procesos de aprendizaje cuando se presentan trastornos neurológicos, lo cual se requiere para eliminar barreras de aprendizaje. En la construcción de este proyecto de investigación doctoral, se plantea partir de los patrones aritméticos como un objeto matemático base para el desarrollo de ideas matemáticas, y caracterizar relaciones entre aspectos cognitivos, semióticos, afectivos y neuronales que se involucran en su aprendizaje, durante el desarrollo de juegos estructurados matemáticamente articulados con tecnologías de análisis de trayectorias de aprendizaje y seguimiento de ondas electroencefalográficas de atención y meditación.

*Palabras clave:* discapacidad intelectual, acceso al aprendizaje de las matemáticas, tecnología para el aprendizaje, tecnología en el análisis del aprendizaje, patrones aritméticos.

### Discapacidad, Discapacidad Intelectual, Discalculia en el campo educativo

La población con discapacidad es uno de los grupos con mayor marginación en la educación, sobre quienes se deben centrar esfuerzos para favorecer su inclusión (UNESCO, 2016). El objetivo de desarrollo sostenible con visión hacia el 2030, enfocado en la educación y firmado por la UNESCO en el año 2015 cita “Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje para todos”, en correspondencia, en este trabajo se centra la mirada en la idea de promover oportunidades de aprendizaje para todos, y se

considera que no solo se debe enfocar los esfuerzos al acceso, sino también en que se garantice el aprendizaje de todos en competencias pertinentes, “una vez que ya asisten a la escuela” (UNESCO, 2016, p.25); no solo corresponde incluir al estudiante en un aula, sino posibilitar el proceso de aprendizaje (Martínez, 2019).

Comprender el campo de la discapacidad requiere una visión interdisciplinar, de acuerdo con la Clasificación Internacional del Funcionamiento (en adelante CIF) propuesta por la Organización Mundial de la Salud (OMS, 2001) y descrita en los criterios de diagnóstico DSM-5 (APA, 2013). La discapacidad se entiende actualmente de acuerdo con criterios de diagnóstico médico en los que se relacionan con las funciones de las personas a nivel corporal, mental sensorial y neurológico, sobre las cuales se establecen niveles de funcionalidad, que a su vez se asocian con posibilidades de apoyos para tener en cuenta con cada población de acuerdo con el trastorno específico que genera la discapacidad. Frente a la caracterización de trastornos se dan niveles y síntomas indicadores de nivel, que se asocian a apoyos correspondientes al nivel, se describen posibilidades de evidencia de más áreas afectadas y se establecen codificaciones que permiten en el campo de la salud categorizar todas las variables a un solo individuo, mostrando con todo esto la naturaleza de la diversidad de las personas.

En el campo educativo hay una emergencia de reconocer que la discapacidad, no solo refiere a un diagnóstico médico, sino que se asocia con el entorno y con la participación en el ambiente. El CIF refiere a una correlación de causa entre el trastorno considerado algunas veces enfermedad y las actividades, funciones y estructuras que desarrollan discapacidad y bloqueos para la participación e interacción con factores ambientales y personales (OMS, 2001). Este hecho denota que dependiendo los criterios que se tengan en cuenta en el diseño de un ambiente de aprendizaje, se propicia o no la inclusión y participación de todos, si hay una brecha muy amplia entre los requerimientos del entorno y los procesos de desarrollo de los estudiantes, se discapacita al estudiante, particularmente porque se le generan barreras a su aprendizaje.

La Discapacidad Intelectual (en adelante DI), está definida en el marco de los Trastornos del Desarrollo Neurológico, (trastorno del desarrollo intelectual) que comienza durante el período de desarrollo y que incluye limitaciones del funcionamiento intelectual como también del comportamiento adaptativo en los dominios conceptual, social y práctico (APA, 2013, p. 17). Uno de los tres criterios de identificación de la DI, se asocia con dificultades de aprendizaje de las matemáticas: “Evidentes en deficiencias en el razonamiento, la resolución de problemas, la planificación, el pensamiento abstracto, el juicio, el aprendizaje académico y el aprendizaje a partir de la experiencia” (Fernández, et.al., 2010; APA, 2013).

Incluido dentro de los trastornos del desarrollo neurológico, se encuentran los trastornos específicos del aprendizaje, entre los que se destacan dos síntomas asociados con las matemáticas:

Dificultades para dominar el sentido numérico, los datos numéricos o el cálculo (p. ej., comprende mal los números, su magnitud y sus relaciones; cuenta con los dedos para sumar números de un solo dígito en lugar de recordar la operación matemática como hacen sus iguales; se pierde en el cálculo aritmético y puede intercambiar los procedimientos). Dificultades con el razonamiento matemático (p. ej., tiene gran dificultad para aplicar los conceptos, hechos u operaciones matemáticas para resolver problemas cuantitativos), (APA, 2013, p. 38).

Se emplea la Discalculia para referirse a un patrón de dificultades que se caracteriza por problemas de procesamiento de la información numérica, aprendizaje de operaciones aritméticas y cálculo correcto o fluido (APA, 2013, p.40). Se ha demostrado que la discalculia del desarrollo es una discapacidad de aprendizaje persistente, al menos a corto plazo, en aproximadamente la mitad de los preadolescentes afectados (Shalev, 2004). Así en la enseñanza de las matemáticas si no se reconocen los rasgos de discalculia en los estudiantes y no se realizan apoyos para eliminar barreras en su aprendizaje, estas dificultades persisten y pueden generar indicadores de discapacidad intelectual.

Existe una evidente brecha entre la investigación y la práctica educativa, por lo que es necesario desde la investigación construir referentes que permitan guiar las prácticas desde diseños accesibles. La investigación sobre las dificultades del aprendizaje matemático se ha duplicado cada década, pero la cuestión de cómo las lecciones aprendidas de la investigación y los laboratorios se pueden aplicar a la práctica diaria en las escuelas aún permanece (Fritz, et.al., 2019). Además, los profesores en la práctica no tienen el conocimiento necesario sobre el diagnóstico de estas dificultades (Reiss y Obersteiner, 2019).

De acuerdo con lo descrito desde la educación matemática hay una emergencia de conocimiento de la discapacidad, en la práctica pedagógica los profesores reciben un diagnóstico médico que requiere ser interpretado desde la reflexión didáctica para no generar ambientes discapacitantes y excluyentes. En este trabajo se centra la mirada en estudiantes diagnosticados con discapacidad intelectual que particularmente muestran rasgos de discalculia con el fin de caracterizar sus procesos de aprendizaje, en pro de aportar conocimiento al campo hacia la transformación de prácticas pedagógicas que permitan la accesibilidad a los ambientes de aprendizaje de las matemáticas escolares.

### **Aprendizaje de patrones aritméticos en poblaciones con DI que presentan rasgos de Discalculia en contextos escolares**

Es necesario identificar los procesos y hechos que son indicadores de progresión en el aprendizaje, para entender de qué se trata el aprendizaje de las matemáticas, así como qué impide que un niño aprenda con éxito, se requiere explorar lo que hacen y piensan los niños mientras realizan las matemáticas. Para esto se ha de caracterizar adecuadamente el desempeño diciendo lo que los niños hacen, en lugar de atender a lo que no pueden hacer (Gaidoschik, 2019). Al realizar una búsqueda de los factores responsables de las dificultades en el aprendizaje de la matemática o de la discalculia, cada factor asociado puede brindar parte de la respuesta (Ashcraft, 2019). Dichos factores son útiles para el diseño de la intervención que favorezca el aprendizaje, Molnár y Csapó (2019) plantean que se pueden realizar más investigaciones con el sistema de evaluación de diagnóstico para explorar la razón de un desarrollo matemático atípico y las formas en que las diferentes dimensiones del conocimiento matemático se pueden mejorar de manera efectiva.

En la escuela se encuentra que se desestiman las posibilidades de aprendizaje que pueden tener los estudiantes con discapacidad intelectual, profesores y directivos estiman que la enseñanza de las matemáticas para estudiantes con DI consiste en el conteo y las operaciones con

números, excluyendo del currículo espacios ofrecidos para el desarrollo de otras habilidades en esta área (Howard y Otros, 2018). Debido a que las dificultades de aprendizaje de las matemáticas no solo responden a razones neurológicas, sino también a la enseñanza, al entorno o de situaciones diversas vividas por los alumnos con o sin discapacidad, se encuentra ausencia de procesos de reflexión didáctica, ya que a priori se reduce la cantidad de saberes a enseñar, se concibe una visión utilitarista de las matemáticas, pensado desde lo que se necesita para desenvolverse en la vida cotidiana, considerando que no pueden renunciarse a una enseñanza que contribuya a resolver problemas (Broitman y Sancha, 2021).

Es importante comprender la complejidad de adquirir habilidades aritméticas, proceso en el cual se involucra un tipo complejo de cognición que incluye la lingüística (oral y escrita), lo espacial, la memoria, el conocimiento corporal y habilidades de función ejecutiva (Ardila y Roselli, 2002). Así la diversidad de aspectos desde los cuales comprender la discalculia, implica heterogeneidad entre los procesos de los niños, incluso si solo se observa la discalculia del desarrollo, justificando así que los investigadores continúen la búsqueda de las variables clave detrás de la variación individual en habilidades y dificultades numéricas (Fritz, et.al., 2019).

La reflexión didáctica desde el aprendizaje de las matemáticas en la población con DI con rasgos de discalculia lleva a considerar aspectos cognitivos de las matemáticas y el tipo de actividad matemática que se requiere propiciar para que sea accesible, Duval (2016) plantea si “¿la actividad matemática requiere solamente los procesos cognitivos comunes o, de hecho, requiere ciertas estructuras cognitivas muy específicas cuyo desarrollo se debe tener en cuenta en la enseñanza?” p. 62. La forma de entender las matemáticas incide en las dificultades de aprendizaje, ya que, si se concibe por ejemplo como una ciencia abstracta, se plantean procesos de enseñanza contrarios a las condiciones de desarrollo de los estudiantes, por ejemplo, estudiantes que se encuentran en la etapa de desarrollo de operaciones concretas (Nurfatanah, et.al., 2021).

Se caracteriza un problema de orden semiótico, desde la relación entre lo que se concibe que son las matemáticas por parte del profesor, lo que se propone enseñar, lo que puede o no aprender el estudiante con DI, qué se requiere para desarrollar habilidades de resolución de problemas en matemáticas, entre otros. Si se considera por ejemplo el conteo, como algo que aprenden los estudiantes con DI, planteado a priori por el profesor, al reducir las expectativas de aprendizaje, esta gran idea matemática caracterizada por Clements y Sarama (2015) cuenta con unos subprocesos en su desarrollo, que marcan niveles de comprensión y que se articulan a otras trayectorias de la aritmética inicial (Martínez, 2019), el no tener en cuenta todas las posibles entradas del conteo y las relaciones que se suscitan en el proceso de aprendizaje, muestra la ausencia de reflexión didáctica planteada previamente.

Enfatizando en objetos de la aritmética, se encuentra de forma particular que el número y el desarrollo de habilidades aritméticas, son aspectos que cuestan trabajo a las personas con discalculia (Geary, et.al., 2000), se puede ver la distinción que se gesta entre el objeto número y sus representaciones. Gallistel y Gelman (1992) consideran que estudiar la ontogenia del concepto de número, permite “discernir los medios por los cuales el lenguaje permite que el pensamiento humano trascienda algunas de las limitaciones impuestas por las representaciones (concepciones) preverbales que hacen que el lenguaje sea inteligible en primer lugar” p.72.

En correspondencia a las dificultades de aprendizaje indicadores de discalculia, se considera la necesidad de comprender los procesos de aprendizaje de la aritmética y se toma como objeto matemático de referencia los patrones aritméticos, los cuales según Clements y Sarama (2015), no solo se deben ver desde el procesos de identificación y generalización, sino como un hábito de la mente, desde el cual se identifican relaciones aritméticas, cantidades, modelos, estructuras, que pueden llevar al aprendizaje de otras ideas matemáticas, como la subitización, el conteo, los procesos aditivos, la comparación, entre otros. Es decir, se proponen los patrones aritméticos desde un proceso de desarrollo con el fin de ver una progresión que lleva a involucrar a los estudiantes en la actividad matemática.

### **Tecnologías para el aprendizaje y tecnologías de análisis del proceso de aprendizaje**

En este trabajo se considera el juego estructurado matemáticamente como un dispositivo didáctico que permite el proceso de aprendizaje, en el desarrollo del juego se pueden dar heurísticas de resolución de problemas (Guzmán, 1984). Adicional a esto juegos como “la escalera” en el grupo de investigación GIPLYM y desde el proyecto ACACIA, han tenido una evolución en su presentación para hacerlo accesible a población sorda o ciega, y en la tecnología para el análisis del espacio del problema y del desarrollo del juego; se ha trabajado desde representaciones con lápiz y papel, tablas de Excel, circuitos conectados a Excel, robot que lee las emociones a través de los gestos que desarrolla una persona durante el juego y programación del juego para construir una representación del espacio del problema y del recorrido que hace el jugador en cada intento (Palomá, 2018). Por otro lado, este juego se articuló con una trayectoria hipotética de aprendizaje de la aritmética inicial, que permitió identificar la progresión en el aprendizaje de estudiantes con Discapacidad Intelectual (Martínez, 2019).

Ahora bien, la analítica de datos en los procesos de aprendizaje permite desarrollar modelos de representación de los datos que conlleven a comprender mejor las trayectorias de aprendizaje de los sujetos (Páez, et.al., 2021), con juegos como la escalera se presentan transformaciones de acuerdo con los movimientos realizados, lo que permite simular todos los posibles estados del problema, así como la representación de la ruta que toma cada sujeto para desarrollarlo.

### **Metodología**

En este momento, en el planteamiento de un proyecto de investigación doctoral, se tiene como referente el juego la escalera, con el que se han desarrollado laboratorios en el grupo de investigación y se han propuesto representaciones de trayectorias de aprendizaje asociadas al juego. Con este juego se propone realizar estudios de caso de estudiantes escolarizados en básica primaria, con diagnóstico de discapacidad intelectual y que muestren rasgos de discalculia, integrando la lectura de ondas electroencefalográficas de atención y meditación, durante el desarrollo del juego, con el fin de establecer relaciones entre lo cognitivo que se involucra en los niveles de progresión de una trayectoria de patrones aritméticos, lo semiótico en torno a las formas de representación e interpretación del juego en evolución constante, lo afectivo en las formas de sentir que se suscitan ante el progreso, bloqueo o retroceso en el juego, frustración por no comprender y los aspectos neuronales, visibles a través de la lectura de ondas EEG, que dan cuenta de lo que ocurre biológicamente durante el desarrollo del juego.

En el proyecto se considera que el aprendizaje se produce por y desde la experiencia, involucrando en el desarrollo del juego, lo que propone Semetsky (2014), expandir los muros del aula tradicional y abrir el mundo a lo social y natural. Desde una visión semiótica aplicada a la educación, en el desarrollo del juego, cuando se realizan transformaciones, el jugador analiza las consecuencias de acciones, que pueden incidir en progreso, retroceso o bloqueo, esto al repetirse genera momentos de reflexión, que modifican las tendencias de acción de la persona, se va hacia adelante y hacia atrás, transformando sus interpretantes en la práctica (Semetsky,2014).

### Laboratorio preliminar

El juego la escalera consiste en intercambiarlas posiciones de las fichas azules y rojas con el menor número de movimientos posibles. Las reglas son: las fichas se pueden desplazar a una casilla adyacente o saltar sobre una ficha del color opuesto. Con estas reglas, el espacio del problema del juego “la escalera” ha sido sistematizado y modelado en Matlab, por el equipo del Dr. John Páez y presenta representaciones como las que se observan en la Figura 1.

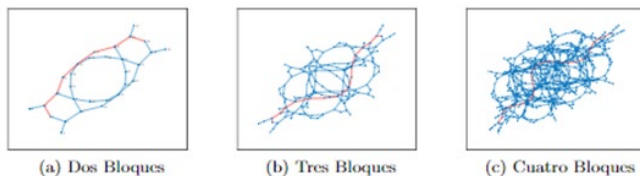


Figura 1. Representación del espacio del problema según cantidad de bloques.

En la figura 1, las líneas representan aristas y los puntos son estados del juego. La línea roja indica el camino más corto desde el estado inicial hasta el estado final del problema.

El equipo ha desarrollado pruebas con el software del juego vinculado al software de la diadema Neurosky Mindwave mobile II, la cual de acuerdo con (Marshall, 1995), es un electroencefalógrafo que permite distinguir tipos de frecuencias de las ondas cerebrales, las cuales se pueden distinguir entre sí y medir con cierto nivel de precisión en diferentes estados del sujeto. En la figura 2, se observa (a) el registro en el juego, (b) la interfaz del juego (se puede aumentar o disminuir número de fichas por partida) y (c) la diadema referenciada.

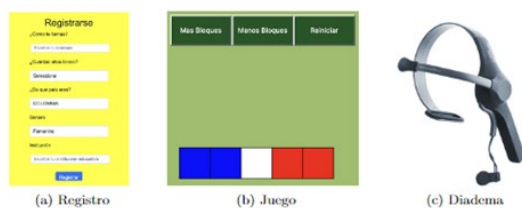


Figura 2. Materiales articulados en el laboratorio.

Con la articulación de estos equipos se han encontrado resultados en los que se presentan los niveles de atención presentes en cada estado del problema como se observa en los puntos de tonalidades de amarillo a rojo, en la Figura 3; en la que rojo es mayor atención y amarillo menor atención.

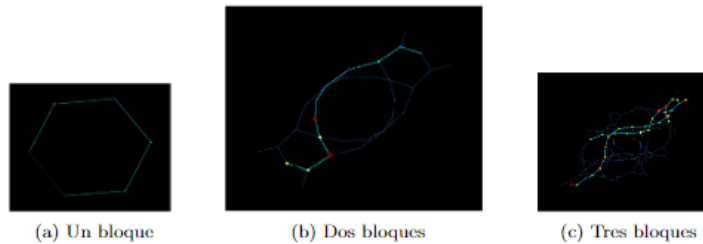


Figura 3. Resultados preliminares de laboratorio

Estos laboratorios preliminares se realizan con personas mayores de edad, con consentimientos informados. Estos ensayos permiten identificar si se están articulando bien las tecnologías de recolección de datos del proceso de aprendizaje, con el fin de proponer mejoras y tener completamente calibrados los softwares en el proceso experimental de esta investigación.

### Conclusión

Este proyecto busca estructurar un trabajo interdisciplinar, que parte del planteamiento de una hipótesis en la que se relacionan aspectos cognitivos, semióticos, afectivos y neuronales, en el aprendizaje de patrones aritméticos, los cuales se pueden visibilizar durante la solución del juego “la escalera” realizando el seguimiento de ondas electroencefalográficas asociadas a la atención y la meditación, para encontrar en la minería de datos que provee esta tecnología, evidencia que sustente la relación entre los aspectos propuestos en la hipótesis involucrados en una trayectoria de aprendizaje de los patrones aritméticos articulada con el desarrollo de juegos; de esta manera, postular una hipótesis aplicable al diseño de trayectorias de enseñanza que relaciones aspectos cognitivos, semióticos, afectivos y neuronales, en el análisis didáctico y de esta manera elimine barreras de aprendizaje en la población con discapacidad intelectual con rasgos de discalculia.

### Referencias y bibliografía

- APA (2013). Guía de consulta de los criterios de diagnóstico del DSM-5. Arlington, VA, Asociación Americana de Psiquiatría.
- Ardila, A. y Roselli, M. (2002). Acalculia and Dyscalculia. *Neuropsychology Review*, Vol. 12, No. 4. Plenum publishing Corporation.
- Ashcraft, M. (2019). Cognitive and Motivational Underpinnings of Mathematical Learning Difficulties: A Discussion. En: *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties*.
- Broitman, C. y Sancha, I. (2021). Diálogos ineludibles entre Didáctica de la Matemática y Educación Inclusiva. Capítulo 3, en: *La enseñanza de las matemáticas a alumnos con Discapacidad*. La Plata. Ed. EDULP
- Clements, D. y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad: El Enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje*. Traducido por: León O. y Otros. Learning Tools LLC.
- Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En: *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*.
- Fernández, J., Pérez, J. y Berruezo, P. (2010). *Discapacidad Intelectual. Desarrollo, comunicación e intervención*. Ed. CEPE. Madrid.

- Fritz, A., Haase, V. y Räsänen, P. (2019). Introduction. En: *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties*.
- Gaidoschik, M. (2019). Didactics as a Source and Remedy of Mathematical Learning Difficulties. En: *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties*.
- Gallistel, C., y Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*. Vol. 44. University of California. Los Ángeles. Elsevier Science Publishers B.V.
- Geary, D., Hamson, C. y Hoard, M. (2000). Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*. Vol. 77. No. 3.
- Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. Actas de las IV jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Santa Cruz de Tenerife.
- Howard, S., San Martín, C., Salas, N., Blanco, P. & Diaz, C. (2018). Oportunidades de aprendizaje en matemáticas para estudiantes con discapacidad intelectual. *Revista colombiana de investigación*. No. 74.
- Marshall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving*. Cambridge University Press.
- Martínez, E. (2019). Juego y trayectorias de aprendizaje de la aritmética inicial en ambientes de aprendizaje que incluyen estudiantes en situación de discapacidad intelectual. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.
- Molnár, G. y Csapó, B. (2019). Technology-Based Diagnostic Assessments for Identifying Early Mathematical Learning Difficulties. En: *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties*.
- Nurfatanah, N., Yudha, C., Marini, A. y Sumantri, M. (2021). Development of matemathic media games education based on e-learning in the Planting of Basic Concepts in Numeracy. *Journal of Physics: Conference Series*.
- OMS (2001). *Clasificación Internacional del Funcionamiento, de la Discapacidad y de la Salud: CIF*. (WHO Library Cataloguing-in-Publication Data)
- Páez, J., Cobos, J., Aguirre, D., Molina, R., y Lievano, L. (2021). Learning analytics: Exploring the hypothetical learning trajectories through mathematical games. En *International conference in methodologies and intelligent systems for technology enhanced learning* (pp. 156–165).
- Palomá, N. (2018). Una trayectoria real del juego la escalera vinculada a hipótesis que potencian el Aprendizaje de las funciones desde poblaciones Diversas. Trabajo de grado para título de Maestría en educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia.
- UNESCO (2016). *Educación 2030. Declaración de Incheon y Marco de Acción, para el objetivo de desarrollo sostenible 4. Hacia una educación inclusiva, equitativa y de calidad y un aprendizaje a lo largo de la vida para todos*.
- Reiss, K. y Obersteiner, A. (2019). Competence Models as a Basic for Defining, Understanding, and Diagnosing Setudents' Mathematical Competences. En: *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties*.
- Semetsky, I. (2014). Taking the edusemiotic turn: A body mind approach to education. *Journal of Philosophy of Education*, 48 (3), 490–506.
- Shalev, R. (2004). Developmental Dyscalculia. *Journal of Child Neurology*.