

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Guía sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de conceptos matemáticos: Una propuesta didáctica para estudiantes y docentes de Matemática

ORGANIZACIÓN DEL TALLER

Presentación

La presente propuesta parte de exponer los objetivos, la metodología y la estructura del taller que por un lado presenta un conjunto de información general sobre la Interfaz, creación de cuenta, creación y publicación de actividades; entre otras muchas, todas juntas sirven como una inducción sencilla pero muy útil sobre el uso de GeoGebra. Por otro lado, se recogen cinco actividades determinadas y específicas que conforman una guía para el proceso enseñanza-aprendizaje del concepto de límite de una función en un punto.

Objetivos

El presente taller tiene como objetivos pedagógicos:

- Proporcionar a los estudiantes para docentes y a los docentes en ejercicio un guía que facilite el uso del software GeoGebra para contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos matemáticos.
- Presentar un guía que facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje para la comprensión de la concepción dinámica del límite de una función en un punto, entre los estudiantes de bachillerato.

Planificación general del Taller

Tabla 1

Planificación del Taller de GeoGebra

<i>Planificación del taller de GeoGebra</i>		
<i>SESIÓN</i>	<i>ACÁPITE</i>	<i>ACTIVIDADES</i>
		Interfaz de GeoGebra
1	<i>INDUCCIÓN</i>	Cómo crear una cuenta en GeoGebra
	<i>DEL USO</i>	Cómo crear una actividad en GeoGebra
	<i>DE</i>	Cómo compartir y evaluar una actividad en GeoGebra
	<i>GEOGEBRA</i>	Ventajas del uso de GeoGebra en el proceso enseñanza-aprendizaje
2	<i>LÍMITE DE</i>	TAREA 1:
	<i>UNA</i>	TAREA 2:
	<i>FUNCIÓN</i>	TAREA 3:
	<i>EN UN</i>	TAREA 4:
	<i>PUNTO</i>	TAREA 5:

Fuente: Resultados de aplicación de instrumentos

Elaborado por: Jimmy Muela

El taller sobre el uso de GeoGebra está dividido en dos sesiones.

La primera se centra en una inducción general sobre las características generales de GeoGebra y de sus herramientas más útiles para docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos matemáticos. Su duración total es de 60 minutos.

La segunda sesión se centra en una guía mucho más específica que ejemplifica el uso de GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la concepción dinámica del concepto de límite de una función en un punto. Su duración total es de 90 minutos.

PRIMERA SESIÓN: GUÍA DEL USO DE GEOGEBRA.ORG

Material, equipo se requiere que cada participante cuente con una computadora, teléfono celular que permita el uso de GeoGebra.

Procedimiento se desarrollará un trabajo guiado por los facilitadores.

Duración 60 minutos.

Evaluación se evaluará la producción de los participantes.

Contenidos:

Interfaz de Geogebra.org

Breve explicación de cada una de las pestañas que se encuentran en la pantalla de inicio.

Inicio



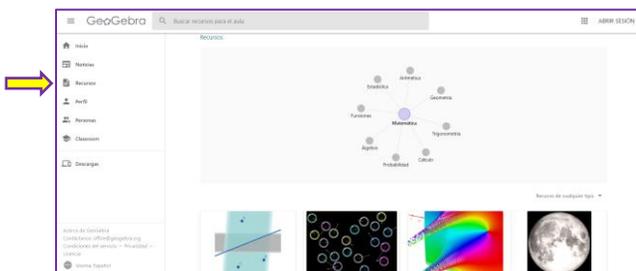
Esta es la primera pestaña que visualizaremos al ingresar a la página web. En ella podremos acceder a la calculadora de GeoGebra en la cual podremos graficar funciones, puntos, rectas, figuras geométricas, vectores; entre otros

Noticias



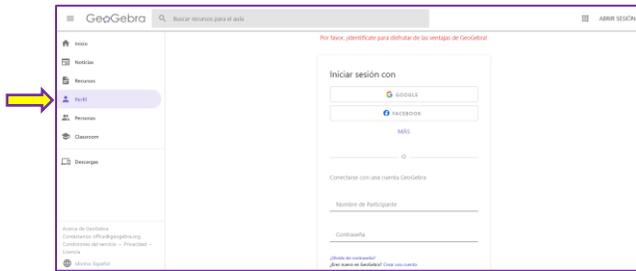
La pestaña de noticias ofrece diversas convocatorias de talleres, coloquios o interesantes novedades sobre lo que está pasando en la actualidad de la comunidad de GeoGebra.

Recursos



Una de las pestañas más útiles, en ella podemos encontrar actividades o libros sobre cualquier tema matemático elaborados por la propia comunidad de GeoGebra. Lo interesante es que cualquier persona puede compartir sus trabajos

Perfil



En esta pestaña es posible unirse a la comunidad de GeoGebra, ya sea iniciando sesión con una cuenta ya creada anteriormente o bien, creando una cuenta nueva. Los pasos para crear una nueva cuenta se muestran más adelante

Personas



Se muestran a los miembros de la comunidad GeoGebra que ya han realizado una cantidad de aportes considerable o presentan trabajos bastante interesantes, los cuales se pueden revisar con dar clic sobre el nombre de cada uno de ellos

Classroom



La última pestaña y también una de las más útiles para los docentes, ya que por medio de ella podremos acceder a cualquier lección creada por el docente y poder trabajar de una manera más interactiva y dinámica junto con los estudiantes.

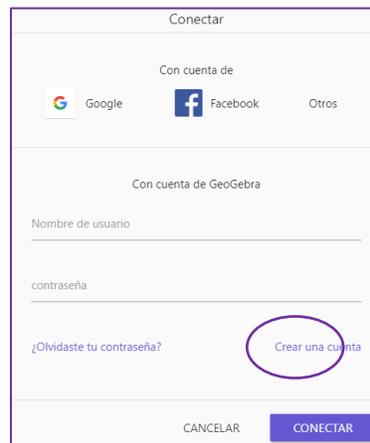
Cómo crear una cuenta en GeoGebra.org

PASO 1. Acceder a GeoGebra.org

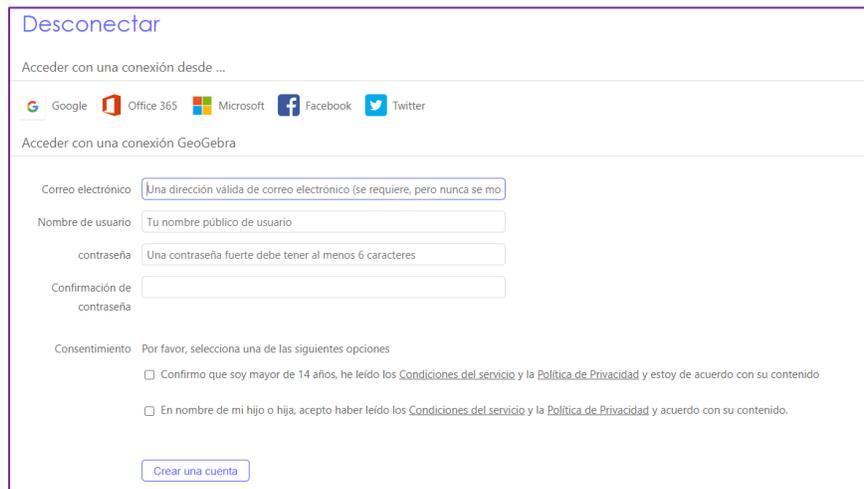
PASO 2. Seleccionamos la opción “ABRIR SESIÓN”



PASO 3. Escogemos la opción “Crear una cuenta”



PASO 4. Completamos los datos requeridos



PASO 5. Activar la cuenta creada

Confirma tu dirección de correo electrónico

Se ha enviado un correo de registro a usuario@hotmail.com

Por favor, para completar el registro, abre el mensaje y pulsa el enlace indicado. Si no recibes ese correo en un plazo de 15 minutos, comprueba si está en tu carpeta de correo no deseado (spam).

[Reenviar correo electrónico de confirmación](#) [Cambiar correo electrónico](#)

[Hecho](#)

¡Bienvenido a GeoGebra!

Activar tu cuenta

Pulsa en este enlace para confirmar tu correo electrónico y activar tu cuenta:
<https://accounts.geogebra.org/user/confirm/s/c/key/41a886ddcdcf82e67e129e4c2ee10cc00>

Información de la cuenta

Por favor, conserva la siguiente información:

Paso 6. Accedemos a la cuenta con el correo y contraseña que establecimos previamente.



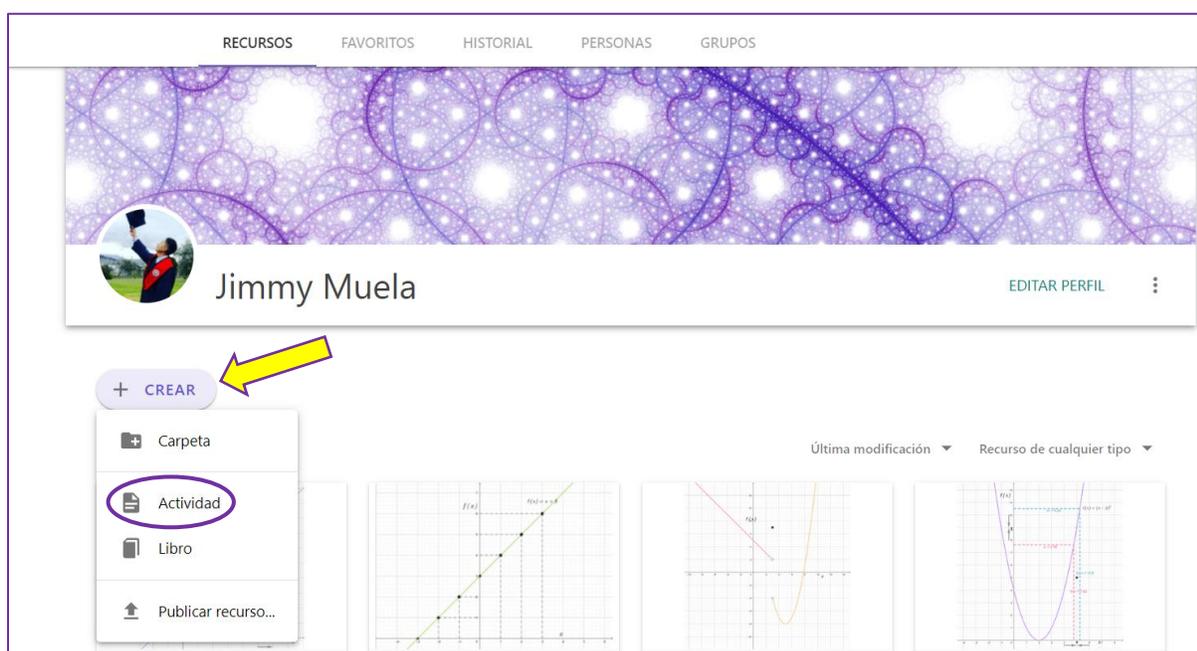
Cómo crear actividades en Geogebra.org

Para crear una nueva actividad, lo primero que hay que hacer es iniciar sesión con una cuenta previamente creada.

Paso 1. Luego de iniciar sesión debemos acceder a nuestro icono:



Paso 2. Una vez accedemos al perfil, debemos seleccionar la opción *CREAR* y luego *ACTIVIDAD*:



Paso 3. Ahora ya dentro de la nueva Actividad creada se muestra un pequeño panel:

- **Título:** Es el nombre que va a llevar la actividad que se está creando.
- **Texto:** Con esta opción es posible añadir algunos conceptos teóricos o alguna introducción que sea necesaria antes de desarrollar la actividad de GeoGebra. Una de las ventajas es que GeoGebra nos ofrece una amplia variedad de herramientas de edición del texto. Es posible modificar la letra en cursiva, en negrilla, con subrayado, párrafos centrados e incluso insertar funciones matemáticas y otras muchas opciones más.
- **Video:** Es posible adjuntar videos en GeoGebra por medio del enlace del video. De esta manera, se puede crear una actividad mucho más interactiva y entretenida.

- **Applet de GeoGebra:** se trata de una serie de programas o aplicaciones que pueden añadirse a la actividad con el fin de que el estudiante puede interactuar y de esta manera llevar a cabo una clase más dinámica. Una de las ventajas de Applet es que pueden crearse desde cero de acuerdo con nuestras necesidades o pueden usarse algunos ya existentes que se acoplen perfectamente al tema de la actividad.
- **Imagen:** Con esta opción se pueden incluir imágenes que mejoren mucho más el entendimiento de alguna definición o algún concepto matemático por medio de gráficos representativos. De esta manera se evita que toda la parte teórica contenga únicamente textos o párrafos que puede volverse tediosos para el estudiante.
- **Notas:** Esta opción abre un pequeño panel en el que es posible añadir información adicional o pequeñas notas al pie de página o en el encabezado incluyendo comentarios cortos que sirven para aclarar alguna instrucción, definición, concepto o gráfico que esté incluida en la actividad.
- **Archivo PDF:** Con esta opción se pueden incluir archivos PDF en casos en los que sea necesario incluir documentos con teoría o ejercicios adicionales que sean más extensos y que resulten de utilidad revisar antes del desarrollo de las actividades de GeoGebra.
- **Pregunta:** Es posible añadir diferentes tipos de preguntas con el fin de crear una clase o actividad mucho más interactiva para el estudiante. De esta manera se logra que el mismo se mantenga atento de la información que se proporciona y al mismo tiempo es posible comprobar por medio de estas preguntas si se está logrando la comprensión del concepto matemático determinado.
- **Web:** En esta última opción del panel de actividades se puede compartir el enlace de alguna página Web que resulte de interés o que esté relacionada con el tema que trata la actividad que se está creando.

Título

Insertar

Texto Video

Applet de GeoGebra Imagen

Notas Archivo PDF

Pregunta Web

Guardar y cerrar Cancelar

Visibilidad

Para configurar la visibilidad en "Público": guarda, presiona : y luego elige "Publicar".
Tenga en cuenta que los recursos no pueden tener mayor visibilidad que sus copias. Además, 'privado' no es una opción válida si el recurso se utiliza en actividades o libros públicos, o se ha adjuntado a una publicación pública.

Etiquetas

Cómo compartir las actividades de Geogebra.org

Una vez que está lista la actividad o actividades en la página de GeoGebra, es posible compartirla mediante un enlace o código para que otros docentes, estudiantes o miembros de la comunidad de GeoGebra pueda acceder a ella.

Para ello, dentro de la actividad creada, en la esquina superior derecha se encuentra la opción de “Crear una lección”:



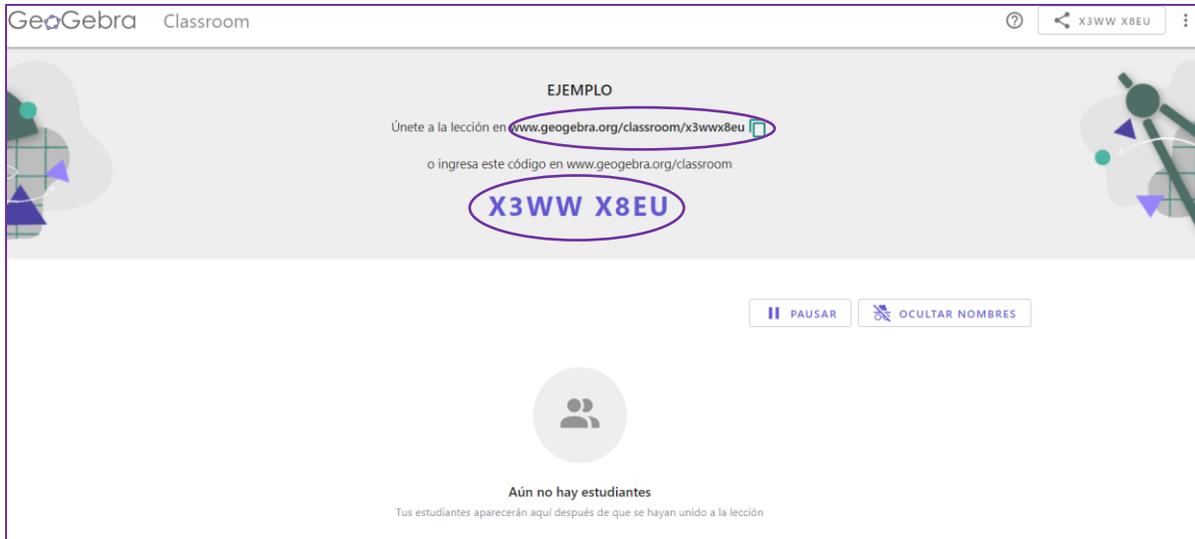
Una vez seleccionada esa opción, se crea la nueva lección:

GeoGebra

Nueva lección [Aprende más sobre Classroom](#)

CREAR

Después de escoger el nombre de la lección, se abre un panel en el que se muestra el código o el enlace que hay que compartir con la comunidad:



Ventajas de las lecciones creadas en Geogebra.org

A continuación, se presentan las ventajas de usar la plataforma GeoGebra:

- La forma de compartir y de ingresar a la lección, que es así como GeoGebra llama a estas actividades, es muy intuitiva y sencilla.
- Es posible visualizar, de manera detallada, el nombre y la cantidad de los estudiantes que van ingresando a esta lección en tiempo exacto. Si por algún motivo, se está llevando una encuesta o alguna investigación en la que se requiera mantener el anonimato de los estudiantes, es posible ocultar o mostrar el nombre de aquellos que se encuentran dentro de la lección.
- Para los cuestionarios o actividades que se hayan diseñado dentro de esta lección existe una opción de PAUSAR o REANUDAR en el caso de que existan un tiempo limitado para su resolución.
- Conforme los participantes completan las actividades o preguntas de selección múltiple, aparecerá un panel a la izquierda con un informe detallado sobre las respuestas que envían dichos participantes. De esta manera, es mucho más fácil realizar un análisis e interpretación de resultados sobre las preguntas o actividades planteadas.

SEGUNDA SESIÓN: GUÍA DOCENTE PARA EL PROCESO ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LA CONCEPCIÓN DINÁMICA DEL CONCEPTO DE LÍMITE

Material, equipo se requiere que cada participante cuente con una computadora, teléfono celular que permita el uso de GeoGebra.

Procedimiento se desarrollará un trabajo guiado por los facilitadores.

Duración 90 minutos.

Evaluación se evaluará la producción de los participantes.

Contenidos:

Tarea 1

Código de GeoGebra o enlace:

Únete a la lección en www.geogebra.org/classroom/sxpnmrjf o ingresa este código en www.geogebra.org/classroom

SXPN MRJF

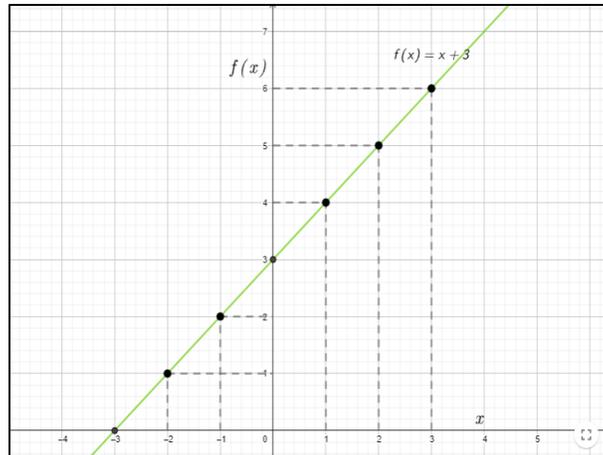
Objetivos:

- Obtener el valor de la imagen de $f(x)$ por medio de la representación gráfica de diversas funciones para determinados puntos.
- Representar algebraicamente la relación existente entre el valor de la imagen de $f(x)$ y su valor de x correspondiente.

Mecanismos desarrollados:

El mecanismo que se desarrolla a partir de esta primera Tarea es la *idea de función*.

Actividad/es:



Se recopilan diversas gráficas de funciones y se presentan al estudiante con el fin de que pueda interactuar con dicha herramienta, desplazarse, acercar o alejar la gráfica. Posterior a ello se le realizan preguntas relacionadas con el concepto de variable dependiente, independiente e imagen de una función para determinados puntos.

Tipos de pregunta:

Preguntas de completar o responder preguntas a partir de la observación de la gráfica de una función.

Preguntas de selección múltiple con una sola opción de respuesta correcta.

Tarea 2

Código de GeoGebra o enlace:

Únete a la lección en www.geogebra.org/classroom/xbu7ms2q o ingresa este código en www.geogebra.org/classroom

XBU7 MS2Q

Objetivos:

- Identificar mentalmente la relación existente entre un determinado valor de x con su respectiva imagen de $f(x)$.
- Determinar las aproximaciones sucesivas del eje x , por ambos lados, para un valor de a , sin necesidad de visualizar gráficamente la función.

- Determinar las aproximaciones sucesivas de la imagen $f(x)$, por ambos lados, para un valor de L , sin necesidad de visualizar gráficamente la función.

Mecanismos desarrollados:

El mecanismo que se desarrolla en esta segunda Tarea es la *interiorización* de la acción de evaluar, la *coordinación* de evaluar x conforme se aproxima a un determinado valor a y de evaluar la imagen $f(x)$ conforme se aproxima a un valor L por medio de una representación numérica.

Actividad/es:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Por izquierda			Por derecha				
2	x	$f(x)$		x	$f(x)$			
3	2.9	5.8		3.1	6.2			
4	?	?		?	?			
5	?	?		?	?			
6	?	?		?	?			
7	?	?		?	?			
8	?	?		?	?			
9	?	?		?	?			
10	?	?		?	?			

Se presentan dos tipos de tablas por medio de las cuales el estudiante debe ser capaz de visualizar mentalmente, sin ayuda de la gráfica de la función, las aproximaciones sucesivas de x y de su imagen $f(x)$, tanto por derecha, como por izquierda.

Tipos de pregunta:

Preguntas de completar o responder preguntas a partir de la observación analítica de las tablas dadas.

Preguntas de selección múltiple con una sola opción de respuesta correcta.

Tarea 3

Código de GeoGebra o enlace:

Únete a la lección en www.geogebra.org/classroom/abjsjnau o ingresa este código en www.geogebra.org/classroom

ABJS JNAU

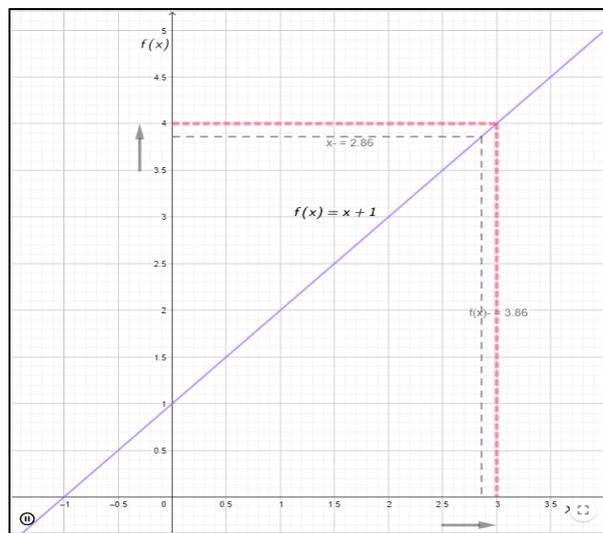
Objetivos:

- Determinar las aproximaciones sucesivas del eje x , por ambos lados, para un valor de a , por medio de la representación gráfica de una función.
- Determinar las aproximaciones sucesivas de la imagen $f(x)$, por ambos lados, para un valor de L , por medio de la representación gráfica de una función.

Mecanismos desarrollados:

El mecanismo que se desarrolla en esta tercera Tarea es la *interiorización* de la acción de evaluar, la *coordinación* de evaluar x conforme se aproxima a un determinado valor a y de evaluar la imagen $f(x)$ conforme se aproxima a un valor L por medio de una representación gráfica.

Actividad/es:



La representación gráfica de la función se muestra mucho más dinámica que lo que se ha visto hasta el momento, pues se puede observar cómo se producen las aproximaciones, tanto por derecha, como por izquierda para los valores de x y de la imagen de $f(x)$.

Tipos de pregunta:

Preguntas de completar o responder preguntas a partir de la observación gráfica de las funciones, junto con las aproximaciones dinámicas que se muestran.

Preguntas de selección múltiple con una sola opción de respuesta correcta.

Tarea 4

Código de GeoGebra o enlace:

Únete a la lección en www.geogebra.org/classroom/x5pjwhq9 o ingresa este código en www.geogebra.org/classroom

X5PJ WHQ9

Objetivos:

- Definir formalmente si existe o no el límite L de una función $f(x)$ en un punto a , por medio de la expresión:

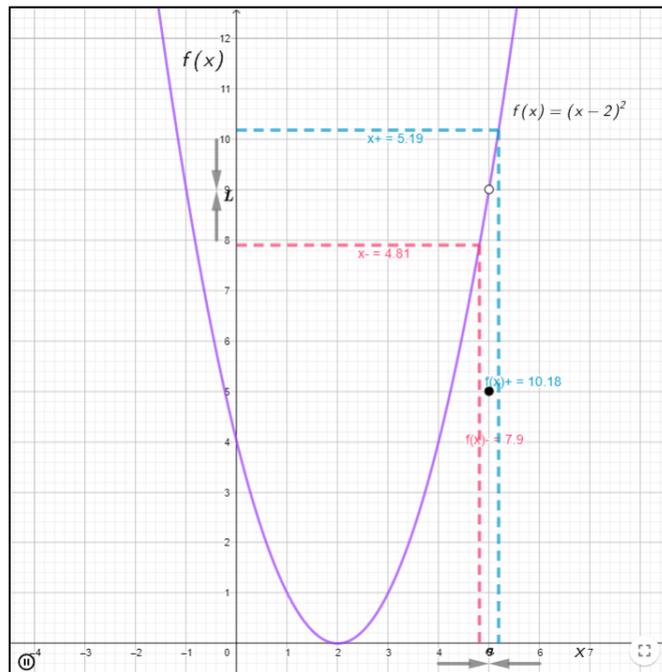
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Mecanismos desarrollados:

El mecanismo que se desarrolla en esta cuarta Tarea es la *coordinación* del proceso de evaluar x y $f(x)$ conforme se van acercando a un valor a y a un valor L , respectivamente.

El otro mecanismo es la *encapsulación*.

Actividad/es:



De nuevo se muestra una representación gráfica de diferentes tipos de funciones en donde se puede observar dinámicamente las aproximaciones sucesivas de x y de la imagen $f(x)$, por ambos lados, en este caso, en una sola representación.

Tipos de pregunta:

Preguntas de completar o responder preguntas que recopilan todo lo que se ha visto en las cuatro tareas.

Preguntas de selección múltiple con una sola opción de respuesta correcta.

Tarea 5

Código de GeoGebra o enlace:

Únete a la lección en www.geogebra.org/classroom/wjwprge8 o ingresa este código en www.geogebra.org/classroom

WJWP RGE8

Objetivos:

- Superar el concepto de límite alcanzado hasta el momento, identificando la existencia de límite en el infinito.

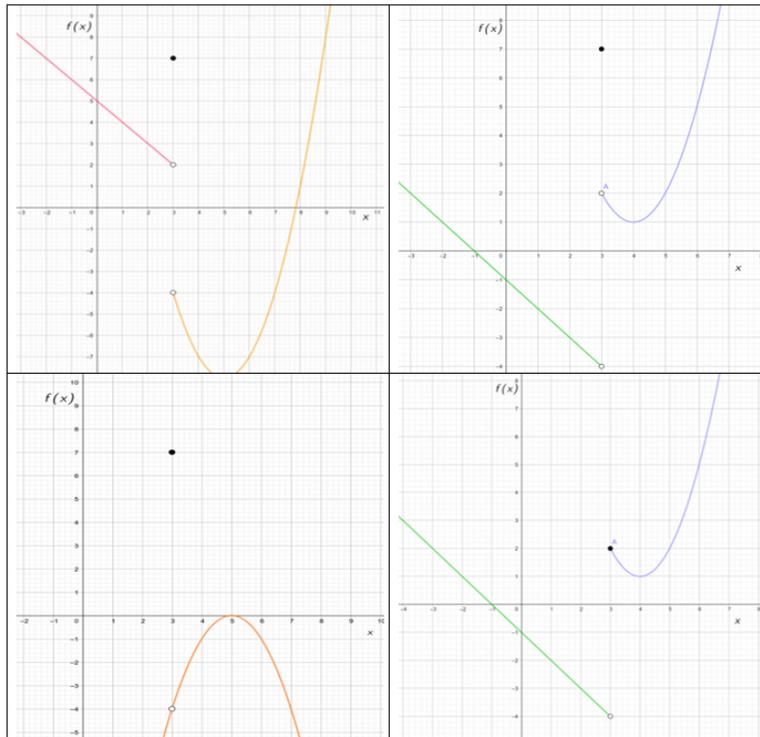
Mecanismos desarrollados:

El mecanismo que se desarrolla en esta última Tarea es el de *des-encapsulación*.

Actividad/es:

5.1 Seleccione la gráfica (solo una es correcta) que presente las siguientes características:

- La imagen de $f(x)$ cuando $x=3$ es igual a 7; es decir, $f(3) = 7$.
- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \exists$
- Cuando $x^+ \rightarrow 3$, la imagen de $f(x)$ se aproxima sucesivamente a 2
- Cuando $x^- \rightarrow 3$, la imagen de $f(x)$ se aproxima sucesivamente a -4



Se plantea recopilar todo el conocimiento que el estudiante ha construido hasta el momento y que lo utilice para poder identificar la gráfica correcta conforme a determinadas características que se le plantean.

Tipos de pregunta:

Preguntas de selección múltiple con una sola opción de respuesta correcta.

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Arias, A. (2019). Análisis de la comprensión del concepto de límite de una función en un punto en estudiantes ecuatorianos de bachillerato y del curso de nivelación. Tesis Doctoral, Universidad de Alicante, Departamento de innovación y formación didáctica, Alicante.
- Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B., & Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL* Vol. 28, 121-132.
- Blázquez, S., Nora, S., & Ortega, T. (2008). Concepto de límite funcional: Aprendizaje y memoria. *Contextos Educativos: Revista de Educación* Vol. 11, 7-21.
- Chaves, R., & Jaimes, L. (2014). Descomposición genética en la ecuación diferencial lineal de primer orden que modela un problema de mezclas (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Departamento de Matemáticas, Bogotá.
- Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Shwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1992). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme.
- Díaz, J. (1996). Los recursos y materiales didácticos en educación física. *Apunts: Educació Física i Esports* Vo. 43, 42-52.
- Fernández, I., Riveros, V., & Montiel, G. (2017). Software educativo y las funciones matemáticas. Una estrategia de apropiación. *Omnia* Vol. 23, 9-19.
- Guerrero, J. Hernández, L. (2020). Análisis de actividades didácticas para el estudio del límite de una función por medio de la Teoría APOE. *Innovación e Investigación en Matemática Educativa* Vol. 5
- Jiménez, J. G., & Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad* Vol.4, 17.
- Lerma, H. (2009). Metodología de la investigación. Propuesta, anteproyecto y proyecto 4ª Edición. Bogotá: ECOE Ediciones.
- Muela Pillajo, J. A. (2020). El uso de Geogebra en la enseñanza-aprendizaje de la concepción dinámica del concepto de Límite: una propuesta didáctica para estudiantes de Bachillerato General Unificado (BGU) (Bachelor's thesis, Quito: UCE).
- Preciado, J. (2014). Propuesta para la enseñanza-aprendizaje del concepto de límite de funciones con el uso de la herramienta computacional Winplot (Tesis de Maestría). Universidad Sergio Arboleda, Bogotá.
- Trigueros, M. (2005). La noción de esquema en la investigación en matemática educativa a nivel superior. *Educación Matemática* Vol. 17, núm. 1, 5-31.