

XVI CIAEM



Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education



Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023



xvi.ciaem-iacme.org

Modelo PMG-ETM: O Plano Epistemológico

Teodora Pinheiro **Figueroa**

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Brasil

teodora.pinheiro@gmail.com

Rubens Vilhena **Fonseca**

Universidade do Estado do Pará

Brasil

rubens.vilhena@gmail.com

Saddo Ag **Almouloud**

Universidade Federal da Bahia

Brasil

saddoag@gmail.com

Resumo

Este trabalho se refere a uma pesquisa teórica a respeito da proposta do Modelo PMG – ETM (Pensamento Matemático Geral - Espaço de Trabalho Matemático) para análise de fenômenos de ensino que ocorrem em situações didáticas, diante das interações professor-aluno-saber. Este modelo está em construção e, é composto por três planos: o Plano Epistemológico, o Plano Translúcido e o Plano Cognitivo. Neste trabalho apresentaremos as primeiras investigações a respeito do Plano Epistemológico. A partir do estudo e pesquisa deste plano trazemos à luz algumas questões emergentes que impactam na estrutura do modelo PMG-ETM. Espera-se que através dos resultados obtidos possamos contribuir para as pesquisas na perspectiva epistemológica.

Palavras-chave: PMG-ETM; Plano Epistemológico; Fenômenos de ensino; Situações didáticas.

Introdução

Este trabalho se refere a um recorte de um projeto de pesquisa sobre a proposta do modelo PMG – ETM (Pensamento Matemático Geral - Espaço de Trabalho Matemático), (Fonseca et al., 2020).

Ao que se diz Pensamento Matemático Geral (PMG) refere-se ao pensamento do qual decorrem as diversas fases do pensamento matemático, tais como os pensamentos aritmético (PAr), algébrico (Palg), geométrico (PGem), etc., bem como as interações geométrico-aritmético (PGem-PAr), algébrico-geométrico (Palg-PGem), aritmético-geométrico (Par-PGem) e aritmético-geométrico-algébrico (PAr-PGem-Palg) entre outras.

Nesta direção, o PMG-ETM, (Fonseca et al., 2020) é uma adaptação do Espaço de Trabalho Matemático (ETM), originalmente proposto para problemas geométricos por Houdement e Kuzniak (2006) e mais tarde, introduzido em outros domínios da matemática por Kuzniak (2011).

O diferencial na proposta do modelo PMG-ETM é a inserção do Plano Translúcido, entre o Plano Epistemológico (espaço constituído pelos conhecimentos referentes ao saber em jogo; espaço real formado por um conjunto de representações semióticas (Duval, 1993) e o Plano Cognitivo (espaço constituído dos elementos intrínsecos ao pensamento de uma pessoa ou aluno ao resolver tarefas matemáticas: visualização, construção, utilização de instrumentos, prova, em relação ao sistema de referência). O Plano Translúcido (um espaço constituído de obstáculos, segundo Brousseau (1983 como citado em Almouloud, 2007) apresenta uma nova abordagem sobre a compreensão dos alunos em uma perspectiva diagnóstica do ensino e da aprendizagem proposta por Fonseca e Pinheiro (2018).

O objetivo principal do PMG-ETM é a busca de um Modelo de Referência para análise de processos de ensino e aprendizagem de problemas matemáticos.

Neste trabalho, discutiremos sobre o plano base do Modelo PMG-ETM: o Plano Epistemológico, o qual detalharemos no decorrer do desenvolvimento desta proposta.

Defendemos que a estruturação do Plano Epistemológico nos permitirá responder a seguinte questão: Do que dependem as conexões e interações com os artefatos deste Plano?

A seguir apresentamos a metodologia que utilizamos para esta investigação.

Metodologia

A metodologia da pesquisa se apoia na Engenharia Didática de Artigue (1988, 1995), mas, como este trabalho se refere a um recorte de um projeto de pesquisa em andamento, será explicitado aqui apenas o que diz respeito à primeira fase: a Análise Preliminar.

Segundo Artigue (1995, p. 40), a Análise Preliminar considera três dimensões fundamentais: a dimensão epistemológica associada às características do saber matemático em jogo; a dimensão cognitiva associada às características cognitivas do público para o qual está sendo dirigido o ensino e, a dimensão didática associada às características do funcionamento do sistema de ensino.

Na Análise Preliminar procuramos investigar apenas as questões associadas ao Plano Epistemológico, ou seja, as questões associadas à dimensão epistemológica.

Sendo assim, para atingir tal objetivo, explanaremos sobre o Plano Epistemológico, referente ao modelo de Kuzniak et al. (2016) explicitando as adaptações para o modelo PMG-ETM.

Plano Epistemológico

Segundo Kuzniak et al. (2016), a dimensão epistemológica é constituída de três componentes em interação, organizada segundo critérios puramente matemáticos: um conjunto de objetos tangíveis; um conjunto de artefatos como instrumentos de desenho ou software; um sistema teórico de referência baseado em definições, propriedades e teoremas. De acordo com Kuzniak et al. (2016), esses componentes não são apenas reunidos, mas devem ser organizados de acordo com objetivos pré-determinados que dependerão do campo matemático e das tarefas propostas.

Mas, como organizar essas interações e/ou conexões entre esses componentes? Sabemos que a forma de organização destes componentes e, a maneira como eles se encontram presentes nas situações didáticas de uma determinada instituição são explícitos e/ou revelados nas praxeologias existentes e vigentes, as quais explicitam o modelo dominante nestas instituições, o qual impactará diretamente em todo o processo de ensino e aprendizagem e, conseqüentemente, refletirá nos outros planos do modelo PMG-ETM.

Gousseau Coutat e Richard (2011) asseveram que o plano epistemológico pode ser considerado como um *milieu epistemológico*¹ (o qual denotaremos por ME), um sistema teórico formado por um corpo de conhecimentos, em que a epistemologia do professor é um fator determinante para que as organizações das interações e/ou conexões entre os componentes deste plano sejam estabelecidas, as quais dependem das relações entre o sujeito epistêmico e o *milieu epistemológico*, considerando que estas relações são a menor unidade de interação cognitiva.

Partindo desta afirmação, observamos a necessidade de estudar e/ou investigar a natureza destas conexões que são estabelecidas neste plano e os impactos delas. Inferimos que o estudo e estruturação dessas possíveis conexões possibilitará evidenciar mais elementos imprescindíveis à organização das interações e/ou conexões comentadas por Kuzniak et al. (2016).

Neste trabalho apresentamos um estudo preliminar, o qual parte da hipótese de que o cerne da natureza destas conexões está relacionado ao *milieu epistemológico*, pois o mesmo, por ser

¹ *Milieu epistemológico*, segundo Gousseau Coutat e Richard (2011), é um sistema teórico de referência, formado por um corpo de conhecimento, baseado em definições, propriedades e teoremas.

um sistema constituído por um corpo de conhecimentos do saber, traz à luz a importância do estreitamento da relação do professor e/ou instrutor com o saber e, que impacta no planejamento das situações didáticas, na mediação e/ou observação durante o processo de aprendizagem, exercendo influência na organização e/ou conexões entre os componentes do Plano Epistemológico.

No modelo PMG-ETM, a possibilidade de conexão entre os eixos de conhecimentos da BNCC para o Ensino Fundamental ocorre a partir das interconexões do PMG. E essas interconexões dependem da organização das interações e/ou conexões no Plano Epistemológico, a qual está intimamente relacionada aos saberes destes instrutores diante do ME. Para isso, propomos neste trabalho dois componentes para o ME, que devem se comunicar entre si: um sinalizador da vigilância epistemológica (Chevallard, 1991, p. 16), e o outro sinalizador dos obstáculos epistemológicos (Brousseau, 1983 como citado em Almouloud, 2007), conforme Figura 1.

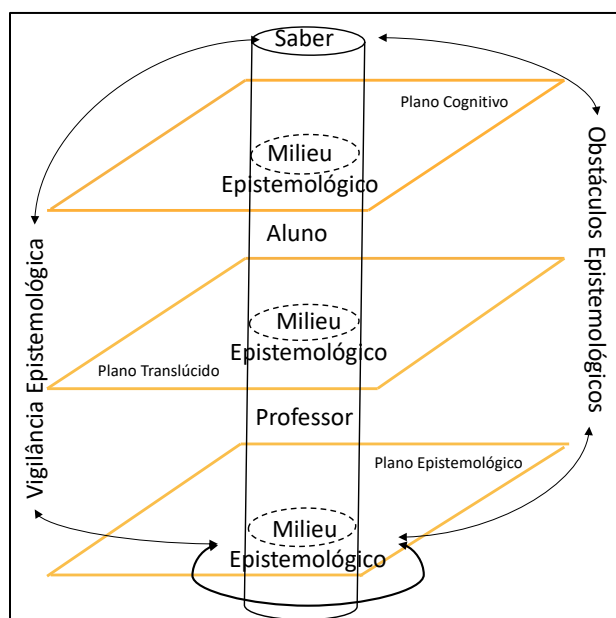


Figura 1. Modelo PMG-ETM/ Milieu Epistemológico

Estes dois componentes estão intimamente relacionados com o processo de transposição didática interna, que envolve os saberes do professor e/ou instrutores. Estes dependem exclusivamente das sujeições deste sujeito/sujeitos às instituições ao longo de sua jornada acadêmica.

Dessa forma, o ME funciona como um eixo que perpassa os outros planos procurando estabelecer indicadores relacionados à vigilância epistemológica e aos obstáculos epistemológicos que impactarão no processo de transposição didática e, especificamente no planejamento de situações didáticas das quais o PMG possa ser estabelecido.

Observamos que se faz necessário discutir a importância destes indicadores em cursos de formação de professores, pois são indicadores que impactam diretamente na epistemologia do

professor e, conseqüentemente impactarão na implementação e, validação da proposta do modelo PMG-ETM, no que diz respeito à estruturação e validação da inserção do Plano Translúcido, espaço constituído de obstáculos epistemológicos que precisam ser identificados para que possamos contribuir como pesquisadores e/ou professores no processo de ensino e aprendizagem significativa de um saber.

Considerações Finais

Acredita-se que nesta fase preliminar de estudo e pesquisa desta proposta, respondemos à questão de investigação relativa ao Plano Epistemológico: Do que dependem as conexões e interações com os artefatos deste Plano? bem como trazer à luz a importância do milieu epistemológico, o qual abre um leque de possibilidades de investigação, no que diz respeito aos saberes dos professores em formação e que estão atuando na escola básica.

A estruturação do ME explicita dois componentes primordiais que impactam na forma como se dão as conexões e interações com os artefatos do plano epistemológico e, conseqüentemente no processo de transposição didática, são eles: a vigilância epistemológica e os obstáculos epistemológicos.

A partir deste estudo podemos concluir que para que ocorra o PMG se faz necessário um processo de transposição didática em que os dois componentes do ME se comuniquem de modo a estabelecer situações didáticas em que o milieu didático antagônico ou em construção provoque os desequilíbrios e as retroações necessárias para que de fato o aluno se aproprie do saber em jogo.

Bibliografias e Referências

- Almouloud, S. Ag. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Editora UFPR.
- Artigue, M. (1988). Ingénierie Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 281-308.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. In M. Artigue, R. Douady, & L. Moreno. *Ingeniería Didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamerica.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Aique Grupo Editorial.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65, IREM de Strasbourg.
- Fonseca, R. V., & Pinheiro, C. A. M. (2018). Aritmética e Álgebra: A possibilidade de estabelecer uma dialética entre o concreto e o abstrato. 5º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. SBEM-Pará.
- Fonseca, R.V., Figueroa, T. P., & Almouloud, S. Ag. (2020). Proposta do modelo PMG-ETM para análise de processos de ensino e aprendizagem de problemas matemáticos. *Quinto Encuentro de Investigación en Matemática Educativa*. Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad del Atlántico.
- Gousseau Coutat, S., & Richard, P. R. (2011). Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pour l'apprentissage des propriétés. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 97-126. <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:18852>

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. Strasbourg. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 11, 17-193. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00858709/document>

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 16, 9-24. https://www.researchgate.net/publication/278622106_L'espace_de_Travail_Mathematique_et_ses_geneses.

Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical working spaces in schooling: An introduction. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 48(6), 721-737.